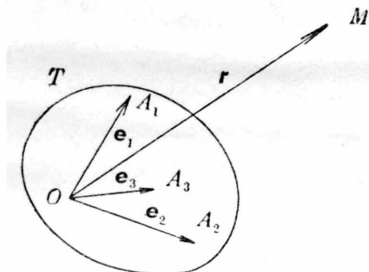


Einsteinom¹⁾. Zákony atomárnych dejov podávajú tzv. *kvantová a vlnová mechanika*.

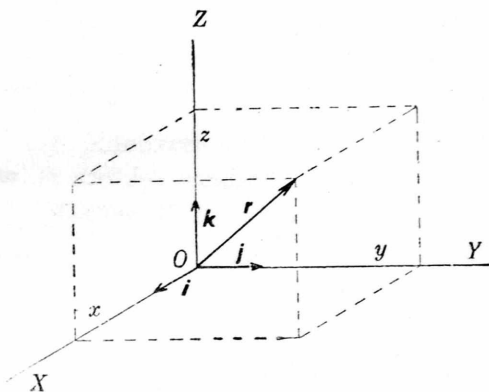
S hranicami platnosti zákonov klasickej mechaniky sa budeme zaoberať podrobnejšie na príslušných miestach. Predmetom našich ďalších úvah budú najčastejšie makroskopické telesá, pohybujúce sa vzhľadom na rýchlosť svetla malými rýchlosťami. Najprv sa však budeme zaoberať pohybom bodu, matematicky definovaného (stred kružnice, ťažisko tuhého telesa) alebo s väčšou alebo menšou presnosťou fyzikálne realizovaného (hrot ceruzky) vzhľadom na tuhé teleso.

1. KINEMATIKA BODU A TUHÉHO TELESÁ

1.1. Polohový vektor a pohyb bodu. Spojnice bodu O telesa T (obr. 1.1) s tromi jeho ďalšími bodmi A_1 , A_2 a A_3 , ktoré spolu s bodom O neležia všetky v jednej rovine, predstavujú tri *nekomplanárne* (t. j. nie rovnobežné s tou istou rovi-



Obr. 1.1



Obr. 1.2

nou) vektory e_1 , e_2 a e_3 . Spojnica r bodu O s ľubovoľným bodom M telesa T alebo jeho okolia sa volá *polohovým vektorom* bodu M vzhľadom na bod O telesa T . Polohový vektor pohybujúceho sa bodu sa nazýva i jeho *sprievodičom*.

¹⁾ Albert Einstein (1879–1955), nemecký fyzik a profesor fyziky, pôsobil postupne na viacerých vysokých školách vo Švajčiarsku a Nemecku, v rokoch 1911 až 1912 aj na nemeckej univerzite v Prahe. Jeho prevratné vedecké objavy a názory vyvolali už pred prvou svetovou vojnou živé až vášnivé diskusie, ktoré sa v Nemecku po príchode Hitlera k moci proti nemu aj ako Židovi natoľko vystupňovali, že sa Einstein zriekol už v r. 1933 nemeckého štátneho občianstva a stal sa profesorom na univerzite v Princetone v USA. Je zakladateľom (1905) špeciálnej teórie relativity, t. j. teórie priestoru a času, všeobecnej teórie relativity (1916) a teórie všeobecnej gravitácie. Pracoval s vynikajúcim úspechom aj v štatistickej a kvantovej fyzike.

Polohový vektor $\mathbf{r}$ môžeme napísať ako súčet skalárnych násobkov v tuhom telese za základ zvolených vektorov $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ a $\mathbf{e}_3$:

$$\mathbf{r} = s_1\mathbf{e}_1 + s_2\mathbf{e}_2 + s_3\mathbf{e}_3 \quad (1)$$

Vektory $s_1\mathbf{e}_1$, $s_2\mathbf{e}_2$ a $s_3\mathbf{e}_3$ sa volajú *zložkami* (komponentmi), koeficienty s_1 , s_2 a s_3 *súradnicami* (koordinátami) polohového vektora $\mathbf{r}$ vzhľadom na zvolené základné vektory $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ a $\mathbf{e}_3$.

Keď vektory $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ a $\mathbf{e}_3$ nahradíme troma jednotkovými vektormi $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ a $\mathbf{k}$ v smeroch osí pravouhlého a napríklad pravotočivého, na teleso T viazaného súradnicového systému, so začiatkom v bode O , dostaneme:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (2)$$

kde x , y a z sú zrejme pravouhlé súradnice bodu M (koncového bodu polohového vektora $\mathbf{r}$) v obvyklom zmysle (obr. 1.2).

Keď absolútna hodnota polohového vektora $\mathbf{r}$ je r a vektor $\mathbf{r}$ zviera s kladnými smermi súradnicových osí uhly α , β a γ , potom — ako je známe z geometrie — je

$$x = r \cos \alpha, \quad y = r \cos \beta, \quad z = r \cos \gamma$$

Obrátene, ak sú známe pravouhlé súradnice x , y a z koncového bodu polohového vektora $\mathbf{r}$ (súradnice vektora $\mathbf{r}$), vtedy

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

a

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos \beta = \frac{y}{r}, \quad \cos \gamma = \frac{z}{r}$$

takže $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$.

Keď sa bod vzhľadom na zvolené teleso nepohybuje, ostáva jeho polohový vektor $\mathbf{r}$ vzhľadom na toto teleso konštantný: nemení sa ani jeho absolútna hodnota, ani jeho smer, t. j. nemenia sa uhly, ktoré zviera vektor $\mathbf{r}$ so spojnicami jednotlivých bodov zvoleného telesa. Pri pohybe bodu sa jeho polohový vektor s časom mení a jeho koncový bod vytvára čiaru pohybu (trajektóriu), ktorá vo všeobecnosti je priestorová. Keď sa mení len smer polohového vektora pohybujúceho sa bodu, bod ostáva na povrchu gule s polomerom, ktorý sa rovná konštantnej absolútnej hodnote polohového vektora; keď sa mení len jeho absolútna hodnota, bod sa pohybuje po polpriamke. Všeobecne mení sa absolútna hodnota i smer polohového vektora pohybujúceho sa bodu.

Pretože polohový vektor pri pevne zvolenom počiatku svojou hodnotou a svojím smerom jednoznačne určuje polohu svojho koncového bodu, je zrejmé, že pohyb bodu v danom časovom intervale je úplne určený, ak pre

každý čas t v tomto intervale je známy jeho polohový vektor, čiže ak je pre tento časový interval daná vektorová funkcia

$$\mathbf{r} = \mathbf{f}(t) \quad (3)$$

Vektor $\mathbf{r}$ vzhľadom na zvolený súradnicový systém určuje však jednoznačne svoje súradnice a obrátene. Vektorová rovnica (3) je preto rovnocenná s tromi rovnicami skalárnymi

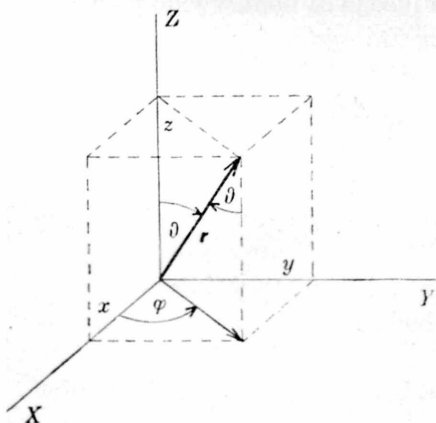
$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t) \quad (4)$$

Podľa toho, čo je výhodnejšie, pohyb bodu vyjadrujeme v kinematike alebo vektorovou rovnicou tvaru (3), alebo skalárnymi rovnicami (4), v ktorých namiesto kartézskych súradníc môžeme používať aj iné súradnice, napríklad sférické. Medzi súradnicami sférickými a pravouhlými, ako vieme z geometrie, platia vzťahy (obr. 1.3)

$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

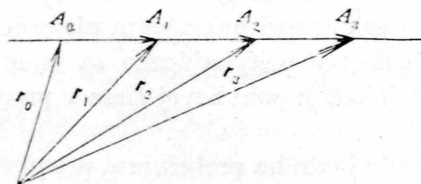
$$y = r \sin \vartheta \sin \varphi, \quad \cos \vartheta = \frac{z}{r}$$

$$z = r \cos \vartheta, \quad \cos \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \sin \varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$



Obr. 1.3

Príklad 1. Rovnica $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t$ vyjadruje zrejme pohyb bodu po priamke rovnobežnej s vektorom $\mathbf{v}$. Na obr. 1.4 sú vyznačené okamžité polohy $A_0, A_1, A_2, \dots$ takto sa pohybujúceho bodu pre



Obr. 1.4

časové okamžiky vyjadrené číslami 0, 1, 2, ..., ako aj príslušné polohové vektory.

Príklad 2. Rovnice $x = r \cos \omega t$, $y = r \sin \omega t$, $z = 0$ vyjadrujú pohyb po kružnici v rovine XY . Umocnením týchto rovníc dvoma a sčítaním dostávame rovnicu kružnice v rovine XY

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Úloha 1. Aký tvar má pohybová čiara bodu, ktorý sa pohybuje podľa rovníc $x = a \cos \omega t$, $y = b \sin \omega t$, $z = 0$?

Riešenie: Dané pohybové rovnice môžeme prepísať na tvar

$$\frac{x}{a} = \cos \omega t, \quad \frac{y}{b} = \sin \omega t$$

Umocnením týchto rovníc dvoma a sčítaním dostávame hľadanú rovnicu pohybovej čiary

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

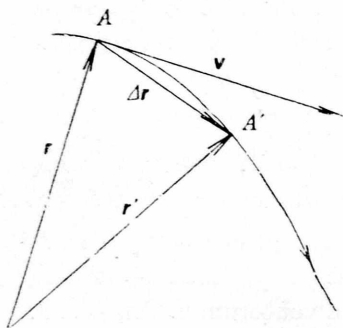
Bod sa teda pohybuje po elipse s polosami a a b , v rovine XY , a to v zmysle stotožňovania kladného smeru osi X s kladným smerom osi Y na kratšej ceste.

1.2. Rýchlosť a zrýchlenie pri pohybe bodu. Majme na mysli pohyb bodu vzhľadom na nejaké teleso, pri ktorom pohybujúci sa bod v čase t bol v polohe A a v čase $t + \Delta t$ v polohe A' . Príslušné polohové vektory nech sú $\mathbf{r}$ a $\mathbf{r}'$ (obr. 1.5),

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}. \text{ Hraničná hodnota podielu } \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$$

pre Δt blížiac sa k nule, derivácia polohového vektora podľa času, volá sa okamžitá rýchlosť $\mathbf{v}$ pohybujúceho sa bodu v jeho polohe A a v čase t . *Okamžitá rýchlosť* pri pohybe bodu je teda

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}} \quad (1)$$



Obr. 1.5

Deriváciu podľa času budeme aj ďalej, podľa I. Newtona, označovať niekedy bodkou nad príslušným písmenom.

Rýchlosť $\mathbf{v}$ pohybujúceho sa bodu je teda vektor, ktorý je rovnobežný s dotyčnicou k pohybovej čiare v príslušnom bode a je orientovaný na stranu pohybu.

Nech s je dráha prebehnutá pohybujúcim sa bodom od nejakého ľubovoľne zvoleného časového okamihu. Podiel $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ sa volá *strednou rýchlosťou* pohybujúceho sa bodu v časovom intervale Δt . Je zrejmé, že

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} = |\mathbf{v}| = v$$

Poznámka: Absolútne hodnoty vektorov budeme aj v ďalšom texte označovať obyčajne tými istými písmenami, avšak vytlačenými kurzívou.