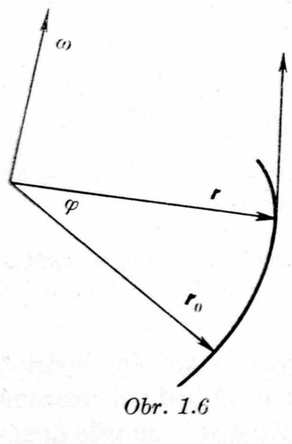
rýchlosti, ale že $v = \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \pm\,|\,\mathbf{v}\,|$, podľa toho, či pohyb prebieha v zmysle zvolenej orientácie pohybovej čiary alebo obrátene. O zrýchlení $a = \dfrac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2}$ sa neskoršie (čl. 1.5) presvedčíme, že sa rovná veľkosti tangenciálnej zložky zrýchlenia s nezmeneným alebo so zmeneným znamienkom zas podľa toho, či pohyb prebieha v zmysle orientácie pohybovej čiary alebo obrátene.

Pohyb bodu po danej čiare sa nazýva rovnomerne premenným, ak je pri ňom $a = \dfrac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} = \mathrm{const}$. Pohyb rovnomerne premenný sa nazýva *rovnomerne zrýchleným*, ak sa zrýchlenie $a = \dfrac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2}$ zhoduje v znamienku s rýchlosťou $v = \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ a *rovnomerne spomaleným* v opačnom prípade.

1.3. Uhlová rýchlosť a uhlové zrýchlenie. Pohybujúci sa bod vytvára v priestore svoju *pohybovú čiaru (trajektóriu)*, jeho sprievodič vo všeobecnosti kužeľovú plochu. Nech φ je uhol, ktorý vytvorí sprievodič na tejto ploche za čas t. Derivácia

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \tag{1}$$



Obr. 1.6

sa nazýva *uhlová rýchlosť stáčania sa sprievodiča*. Vektor $\boldsymbol{\omega}$ s tou istou absolútnou hodnotou, ktorý je na rovinu určenú polohovým vektorom $\boldsymbol{r}$ a vektorom rýchlosti $\boldsymbol{v}$ kolmý a orientovaný tak, že sústava vektorov $\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{v}$ a $\boldsymbol{\omega}$ je pravotočivá, nazýva sa *vektor uhlovej rýchlosti stáčania sa sprievodiča (obr. 1.6)*. Jeho derivácia podľa času

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathrm{d}t} \tag{2}$$

nazýva sa vektor uhlového zrýchlenia stáčania sa sprievodiča.

Absolútna hodnota vektorovej veličiny definovanej integrálom

$$\boldsymbol{\alpha} = \int_0^t \boldsymbol{\omega}\,\mathrm{d}t \tag{3}$$

sa rovná vyššie zavedenému uhlu φ, avšak len vtedy, keď sa sprievodič pohybujúceho sa bodu stáča stále v tej istej rovine a v tom istom zmysle. Z definície vektora $\boldsymbol{\alpha}$ však vyplýva, že vždy platí:

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\alpha}}{\mathrm{d}t} \tag{4}$$

Keď sprievodič pohybujúceho sa bodu zostáva stále v jednej rovine, vektor $\boldsymbol{\omega}$ a preto aj vektor $\boldsymbol{\alpha} = \int \boldsymbol{\omega}\, \mathrm{d}t$ je stále na túto rovinu kolmý. Vektor uhla vytváraného v priestore sprievodičom môžeme v tomto prípade vyjadriť v tvare skalárneho násobku jednotkového vektora $\boldsymbol{\nu}$, kolmého na túto rovinu, avšak inakšie ľubovoľne orientovaného. Máme potom:

$$\boldsymbol{\alpha} = \alpha \boldsymbol{\nu}$$

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\alpha}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{\nu} = \omega \boldsymbol{\nu}$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} \boldsymbol{\nu} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{\nu} = \varepsilon \boldsymbol{\nu}$$

Skalárne veličiny α, $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}$ a $\varepsilon = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2}$ sú veľkosti príslušných vektorových veličín, ktorých znamienka sú závislé aj od orientácie jednotkového vektora $\boldsymbol{\nu}$ v kolmici na rovinu pohybu, čiže od toho, v ktorom zmysle počítame v rovine pohybu vytvárané uhly kladne.

Príklad 1. *Rovnomerný pohyb po kružnici.* Pri rovnomernom pohybe bodu po kružnici s polomerom r, ak rýchlosť pohybu je v, dráha prebehnutá za čas t je $s = vt$. Pri vhodnej orientácii jednotkového vektora kolmého na rovinu pohybu uhol vytvorený za tento čas sprievodičom má veľkosť $\alpha = \dfrac{s}{r} = \dfrac{vt}{r}$.
Veľkosť uhlovej rýchlosti stáčania sa sprievodiča pohybujúceho sa bodu je teda

$$\omega = \frac{v}{r}$$

a uhlové zrýchlenie sa rovná nule.

Bod obehne svoju kruhovú dráhu za čas

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$$

ktorý sa volá *periódou* pohybu. Počet obehov za jednotku času *(frekvencia obiehania)* je

$$n = \frac{v}{2\pi r} = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

takže aj $\omega = 2\pi n$.

1.4. Rozklad rýchlosti a zrýchlenia na zložku radiálnu a priečnu. Predstavme si, že vo zvláštnom prípade bod sa pohybuje tak, že sa mení len smer jeho sprievodiča, avšak jeho absolútna hodnota r ostáva konštantná. Ak sa za veľmi krátky čas $\mathrm{d}t$ sprievodič pohybujúceho sa bodu pootočil o uhol $\mathrm{d}\alpha$, bod vykonal dráhu $\mathrm{d}s = r\,\mathrm{d}\alpha$ a absolútna hodnota rýchlosti je $v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = r\,\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}$.

Nech je ďalej $\boldsymbol{\nu}$ jednotkový vektor kolmý na rovinu vektorov $\mathbf{r}$ a $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathrm{d}\mathbf{r}$ a s vektorom $\mathrm{d}\boldsymbol{\alpha}$, zavedeným v predchádzajúcom článku, súhlasne rovnobežný. Okrem toho nech je $\boldsymbol{\rho}$ jednotkový vektor v smere sprievodiča a $\boldsymbol{\tau}$ jednotkový vektor v smere okamžitej rýchlosti. Vtedy $\mathbf{r} = r\boldsymbol{\rho}$, $\mathbf{v} = v\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{\rho}$ a $\frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{v} = v\boldsymbol{\tau} = v(\boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{\rho}) = r\,\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{\nu}\times\boldsymbol{\rho}) = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\alpha}}{\mathrm{d}t} \times \mathbf{r} = \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}$.

Vydelením rovnice

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} = \omega\times\mathbf{r} \tag{1}$$

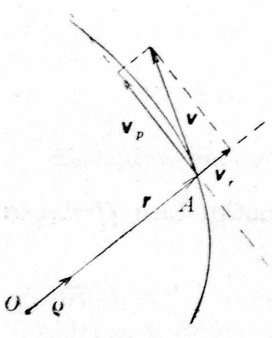
v našom prípade konštantou absolútnou hodnotou r sprievodiča $\mathbf{r}$ dostávame vyjadrenie derivácie podľa času jednotkového vektora v jeho smere:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\rho}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\rho} \tag{2}$$

Keď sa bod pohybuje náhodilým spôsobom, takže sa prípadne mení aj absolútna hodnota jeho sprievodiča, predošlú úvahu môžeme použiť pre bod, v ktorom sprievodič pretína povrch gule so stredom vo zvolenom začiatku. Vzorec (2) má teda všeobecnú platnosť.

Po týchto prípravných úvahách zaoberajme sa teraz už ľubovoľným pohybom bodu. Jeho polohový vektor môžeme vždy napísať v tvare skalárneho násobku jednotkového vektora v jeho smere jeho absolútnou hodnotou r:

$$\mathbf{r} = r\boldsymbol{\rho}$$



Obr. 1.7

Derivovaním tohto vyjadrenia sprievodiča dostávame vektor rýchlosti pohybu v tvare

$$\mathbf{v} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(r\boldsymbol{\rho})}{\mathrm{d}t} = r\,\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\rho}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\,\boldsymbol{\rho}$$

alebo, podľa vzorca (2),

$$\mathbf{v} = r(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}) + \dot{r}\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} + \dot{r}\boldsymbol{\rho} \tag{3}$$