Týmto postupom dostali sme vyjadrenie vektora rýchlosti v podobe súčtu dvoch jeho zložiek. Druhá zložka $\mathbf{v}_r = \dot{r}\boldsymbol{\rho}$, keďže je rovnobežná so sprievodičom (radius vektorom), volá sa *radiálnou* alebo *pozdĺžnou* zložkou. Prvá zložka, $\mathbf{v}_p = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$, na sprievodič kolmá, nazýva sa *priečnou* zložkou *(obr. 1.7)*.

Absolútna hodnota rýchlosti je

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_p^2} = \sqrt{\dot{r}^2 + \omega^2 r^2}$$

Ďalším derivovaním vyjadrenia rýchlosti daného vzorcom (3) podľa času dostávame vektor zrýchlenia v tvare

$$\begin{aligned}\mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} + \dot{r}\boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} + \boldsymbol{\epsilon} \times \mathbf{r} + \dot{r}\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho} + \ddot{r}\boldsymbol{\rho} = \\ &= \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} + \dot{r}\boldsymbol{\rho}) + \boldsymbol{\epsilon} \times \mathbf{r} + \dot{r}\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho} + \ddot{r}\boldsymbol{\rho} = \\ &= -\,\omega^2 r\boldsymbol{\rho} + \dot{r}\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho} + r\boldsymbol{\epsilon} \times \boldsymbol{\rho} + \dot{r}\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho} + \ddot{r}\boldsymbol{\rho}\end{aligned}$$

teda

$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - \omega^2 r)\,\boldsymbol{\rho} + (r\boldsymbol{\epsilon} + 2\dot{r}\boldsymbol{\omega}) \times \boldsymbol{\rho} \tag{4}$$

Pri upravovaní výrazu pre zrýchlenie sme použili z vektorovej algebry známy vzorec pre dvojnásobný vektorový súčin troch vektorov, $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \,.\, \mathbf{c})\, \mathbf{b} - (\mathbf{a} \,.\, \mathbf{b})\, \mathbf{c}$, ako aj to, že v našom prípade vektory $\boldsymbol{\omega}$ a $\mathbf{r}$ sú na seba kolmé.

Vzorec (4) vyjadruje vektor zrýchlenia pri pohybe bodu tiež v tvare súčtu dvoch jeho zložiek, zložky rovnobežnej so sprievodičom *(radiálne zrýchlenie)*, $\mathbf{a}_r = (\ddot{r} - \omega^2 r)\,\boldsymbol{\rho}$, a zložky, ktorá je na sprievodič kolmá *(priečne zrýchlenie)*, $\mathbf{a}_p = (r\boldsymbol{\epsilon} + 2\dot{r}\boldsymbol{\omega}) \times \boldsymbol{\rho}$.

1.5. Tangenciálne a dostredivé zrýchlenie. Vektor rýchlosti $\mathbf{v}$, prvá derivácia sprievodiča pohybujúceho sa bodu podľa času, je rovnobežný s dotyčnicou k čiare pohybu. Nech je $\boldsymbol{\tau}$ jednotkový vektor s dotyčnicou rovnobežný a orientovaný na stranu pohybu. Vektor $\mathbf{v}$ je potom $\mathbf{v} = v\boldsymbol{\tau}$, kde v je absolútna hodnota rýchlosti. Derivovaním tohto vyjadrenia rýchlosti podľa času dostaneme rozklad zrýchlenia na iné dve význačné zložky

$$\mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(v\boldsymbol{\tau})}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau} + v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\boldsymbol{\tau} + v^2\,\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}s} \tag{1}$$

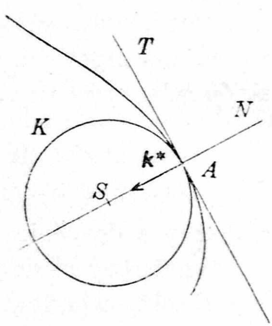
kde s značí dĺžku dráhy prebehnutej pohybujúcim sa bodom, meranú od ľubovoľného bodu na čiare pohybu.

Vektor $\mathbf{k}^* = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}s}$, ktorého absolútna hodnota je zrejme tým väčšia, čím rýchlejšie sa mení smer dotyčnice pri postupe pozdĺž danej čiary, volá sa *vektor* *krivosti* čiary, ktorá vo všeobecnom prípade je priestorová. Pretože vektor $\boldsymbol{k}^*$ je deriváciou jednotkového vektora $\boldsymbol{\tau}$, je na vektor $\boldsymbol{\tau}$ kolmý a spolu s ním určuje rovinu, ktorá sa volá *oskulačnou rovinou* priestorovej čiary. Priamka vektora $\boldsymbol{k}^*$, ktorá je teda kolmá na čiaru pohybu a leží v jej oskulačnej rovine, nazýva sa jej normálou v príslušnom bode.

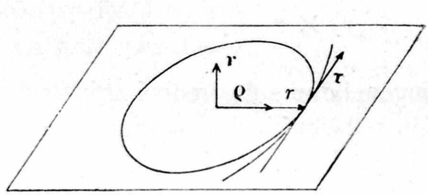
Zložka zrýchlenia $\boldsymbol{a}_t = \frac{dv}{dt}\boldsymbol{\tau}$, rovnobežná s dotyčnicou pohybovej krivky, volá sa *tangenciálne zrýchlenie*, zložka $\boldsymbol{a}_n = v^2 \frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} = v^2\,\boldsymbol{k}^*$, rovnobežná s normálou k pohybovej krivke, volá sa *normálové zrýchlenie*.

Nájdeme ešte iné vyjadrenie vektora $\boldsymbol{k}^*$ a tým aj normálového zrýchlenia. Kružnica, ktorá leží v oskulačnej rovine priestorovej čiary, dotýka sa jej a v tomto spoločnom bode má s ňou aj spoločný vektor krivosti, nazýva sa jej *kružnicou krivosti* a jej stred *stredom krivosti* priestorovej čiary pre bod dotyku. Je zrejmé, že stred S kružnice krivosti K leží na normále na tej strane dotyčnice, z ktorej strany sa čiara javí dutou *(obr. 1.8)*.

Vyjadrenie vektora krivosti priestorovej čiary môžeme upraviť tak, že budeme ho považovať za vektor krivosti príslušnej kružnice krivosti. Nech je polomer kružnice krivosti r a nech je $\boldsymbol{\rho}$ jednotkový vektor v smere toho polomeru kružnice krivosti, ktorý končí v bode dotyku kružnice krivosti s danou priestorovou čiarou. Ak ďalej $\boldsymbol{\nu}$ značí jednotkový vektor na rovinu kružnice krivosti kolmý a vhodne orientovaný *(obr. 1.9)*, môžeme písať:



Obr. 1.8



Obr. 1.9

$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{\rho} = \frac{\boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{r}}{r}$, takže $d\boldsymbol{\tau} = \frac{\boldsymbol{\nu} \times d\boldsymbol{r}}{r} = \frac{\boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{\tau}\, ds}{r}$, lebo vektor $\boldsymbol{\nu}$ je konštantný. Z posledného vzťahu dostávame pre vektor $\boldsymbol{k}^*$ vyjadrenie

$$\boldsymbol{k}^* = \frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} = \frac{\boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{\tau}}{r} = -\frac{1}{r}\boldsymbol{\rho} \qquad (18,2)$$

a pre normálové zrýchlenie

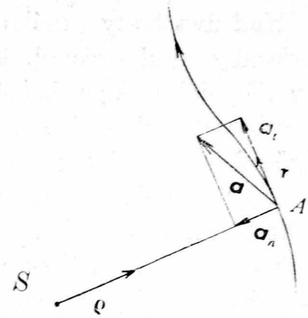
$$\boldsymbol{a}_n = -\frac{v^2}{r}\boldsymbol{\rho} \qquad (18,3)$$

kde r je polomer kružnice krivosti. Pretože normálové zrýchlenie smeruje do okamžitého stredu krivosti čiary pohybu, volá sa aj *zrýchlením dostredivým*.

Vektor zrýchlenia pri pohybu bodu môžeme teda písať aj takto:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau} - \frac{v^2}{r}\boldsymbol{\rho} \tag{4}$$

Veľkosť tangenciálneho zrýchlenia, $a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$, môže byť kladná aj záporná. Absolútna hodnota dostredivého zrýchlenia je $\frac{v^2}{r}$. Na *obr. 1.10* je znázornený rozklad zrýchlenia na zložku tangenciálnu a dostredivú pre prípad, že je $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} > 0$.



Obr. 1.10

1.6. Určenie polohy a pohybu tuhého telesa. Keď je tuhé teleso upevnené tak, že jeden jeho bod, napríklad bod A, nemôže zmeniť svoju polohu vzhľadom na nejaké iné teleso, ostatné body telesa môžu sa ešte pohybovať po povrchoch gulí s polomermi rovnajúcimi sa ich vzdialenostiam od nehybného bodu A. Keď sa dva body tuhého telesa, napríklad body A a B, nemôžu pohybovať, teleso sa môže ešte otáčať okolo priamky určenej bodmi A a B. Keď sa však tri body tuhého telesa nemôžu pohybovať, napríklad body A a B a okrem nich ani bod C, ktorý neleží na priamke určenej bodmi A a B, teleso sa už vôbec nemôže pohybovať.

Poloha tuhého telesa vzhľadom na nejaké iné teleso je teda *úplne určená polohami troch jeho bodov, ktoré neležia v jednej priamke.*

Nech súradnice troch takýchto bodov, vzťahujúce sa na súradnicový systém viazaný na nejaké iné teleso sú x_i, y_i, z_i ($i = 1, 2, 3$). Je to spolu 9 číselných údajov. Všetky tieto súradnice nie sú však ľubovoľne voliteľné, lebo v dôsledku tuhosti telesa vzájomné vzdialenosti bodov A, B a C, $d_{12} = \overline{AB}$, $d_{13} = \overline{AC}$ a $d_{23} = \overline{BC}$ sú konštantné, takže súradnice x_i, y_i, z_i splňujú vzťahy:

$$\begin{aligned} d_{12}^2 &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \\ d_{13}^2 &= (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2 \\ d_{23}^2 &= (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2 \end{aligned}$$

V istých hraniciach ľubovoľne môžeme preto zvoliť len šesť súradníc, napríklad všetky tri súradnice bodu A, dve súradnice bodu B a jednu súradnicu bodu C.