Polohu úplne voľného tuhého telesa určuje šesť vhodne vybraných súradníc troch jeho bodov, ktoré neležia v jednej priamke. Hovoríme tiež, že *úplne voľné tuhé teleso má šesť stupňov voľnosti* svojho pohybu.

Pri telese upevnenom v jednom bode, napríklad v bode A, súradnice tohto bodu sú už pevne stanovené, takže v istých hraniciach ľubovoľne možno zvoliť už len tri ďalšie súradnice, napríklad dve súradnice bodu B a jednu súradnicu bodu C, ktorý neleží na priamke určenej bodmi A a B.

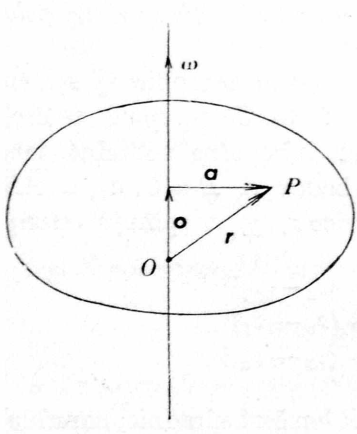
Polohu tuhého telesa v jednom bode upevneného určujú tri vhodne zvolené súradnice dvoch jeho ďalších bodov, ktoré spolu s nehybným bodom telesa neležia na jednej priamke. *V jednom bode upevnené tuhé teleso má tri stupne voľnosti* svojho pohybu.

Keď dva body tuhého telesa sú nehybné, teleso sa môže len otáčať okolo priamky nimi určenej, ktorá sa nazýva osou možného otáčania, a možno zvoliť polohu už len jedného bodu telesa, ktorý neleží na osi. Z troch súradníc tohto bodu ľubovoľne možno však zvoliť len jednu, lebo ostávajúce dve sú už určené jeho vzdialenosťami od dvoch bodov osi.

Polohu tuhého telesa uloženého na osi úplne určuje jedna súradnica jedného jeho bodu, ktorý neleží na osi možného otáčania. *Na osi uložené tuhé teleso má jeden stupeň voľnosti* svojho pohybu.

Pohyb tuhého telesa v jednotlivých práve opísaných prípadoch možno vyjadriť určením závislostí voliteľných súradníc jeho bodov od času. V nasledujúcich článkoch však uvidíme, že polohu a pohyb tuhého telesa možno vyjadriť aj inakšie a výhodnejšie.

1.7. Otáčanie sa tuhého telesa okolo pevnej priamky. Pri otáčaní sa tuhého telesa okolo nehybnej priamky jednotlivé body telesa sa pohybujú po kružniciach v rovinách na túto priamku (os otáčania) kolmých. Ich stredy sú na osi otáčania. Kolmice spustené z jednotlivých bodov takto sa pohybujúceho telesa na os otáčania v tomže časovom intervale sa pootočia o rovnaký uhol. Otáčanie sa tuhého telesa okolo pevnej priamky úplne určuje závislosť tohto uhla od času, meraného kladne vo zvolenom zmysle, čo je v zhode s poznatkom získaným v predošlom článku, že teleso uložené na osi má len jeden stupeň voľnosti svojho pohybu.



Obr. 1.11

Spoločný vektor uhlovej rýchlosti stáčania sa kolmíc spustených z jednotlivých bodov tuhého telesa na os jeho otáčania sa volá uhlová rýchlosť ω otáčania sa tuhého telesa okolo jeho osi. Uhlová rýchlosť ω otáčania sa tuhého telesa okolo osi je teda vektor s osou otáčania rovnobežný a orientovaný na tú stranu, z ktorej sa otáčanie javí v zmysle proti pohybu hodinových ručičiek.

Nech je $\mathbf{r}$ polohový vektor ľubovoľne zvoleného bodu P okolo osi otáčajúceho sa tuhého telesa a jeho začiatok nech sa nachádza kdekoľvek na osi otáčania *(obr. 1.11)*. Polohový vektor tohože bodu P vzhľadom na stred kružnice jeho pohybu nech je $\mathbf{a}$. Podľa vzorca (1.4.1), v ktorom za vektor $\mathbf{r}$ v zmysle tohto vzorca treba písať vektor $\mathbf{a}$, rýchlosť bodu P je:

$$\mathbf{v} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{a} = \boldsymbol{\omega}\times(\mathbf{r} - \mathbf{o}) = \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r} \tag{1}$$

lebo vektory ω a $\mathbf{o}$ sú rovnobežné.

Pre zrýchlenie vychádza:

$$\mathbf{z} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r})}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}) + \boldsymbol{\epsilon}\times\mathbf{r} =$$

$$= \boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{a}) + \boldsymbol{\varepsilon}\times\mathbf{a} = -\omega^2\mathbf{a} + \boldsymbol{\epsilon}\times\mathbf{a} \tag{2}$$

1.8. Pohyb tuhého telesa upevneného v jednom bode. Ako sme sa presvedčili v čl. 1.6, poloha tuhého telesa v jednom bode upevneného je úplne určená polohami dvoch jeho ďalších bodov, ktoré spolu s nehybným bodom telesa neležia všetky na jednej priamke. Polohu takto upevneného telesa možno však určiť — a to výhodnejšie — aj tak, že nehybný bod telesa O urobíme spoločným začiatkom dvoch pravouhlých a napríklad pravotočivých súradnicových systémov S a S', z ktorých systém S' je viazaný na teleso, systém S na jeho okolie, a určíme vzájomnú polohu týchto súradnicových systémov pomocou *Eulerových uhlov* φ, ψ a ϑ. Ich význam je znázornený na *obr. 1.12*. Pohyb telesa v jednom bode upevneného úplne opisujú funkcie vyjadrujúce závislosti Eulerových uhlov od času.

Dokážme, že ľubovoľný pohyb telesa v jednom bode upevneného je v každom okamžiku otáčanie sa telesa okolo istej priamky, okamžitej osi otáčania, ktorá prechádza nehybným bodom telesa. Dôkaz vykonáme tak, že výraz vyjadrujúci rýchlosť ľubovoľne zvoleného bodu telesa upravíme na tvar $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}$, v ktorom vektor ω je od voľby bodu tuhého telesa nezávislý. O výraze $\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}$ vieme totiž už z obsahu predchádzajúceho článku, že vyjadruje otáčanie sa tuhého telesa okolo osi uhlovou rýchlosťou ω.

Polohový vektor $\mathbf{r}$ zvoleného bodu P nášho telesa môžeme v systéme S' vyjadriť takto:

$$\mathbf{r} = x'\mathbf{i}' + y'\mathbf{j}' + z'\mathbf{k}' \tag{1}$$