

**2.10. Práca a kinetická energia.** Fyzikálny pojem práce je odvodený z praktickej činnosti človeka. Keď zdvíhame bremeno silou svojich svalov, prekonávame tiaž bremena a konáme prácu  $A$ , ktorú pokladáme za úmernú súčinu tiaže bremena  $Q$  a výšky  $h$ , do ktorej sme bremeno zdvihli:  $A = kQh$ . Sila, ktorú vyvíjajú pri konaní tejto práce naše svaly, má absolútnu hodnotu  $F$ , ktorá sa rovná tiaži zdvíhaného bremena,  $F = Q$ . Môžeme preto písať aj:

$$A = kFh.$$

Tiaž bremena na vodorovnej podložke je v rovnováhe s rovnako veľkou reakciou podložky. Pri posunovaní bremena po dokonale hladkej vodorovnej ploche neprekonávame nijakú silu, a preto ani nekonáme nijakú prácu.

Keď preniesieme bremeno tiaže  $Q$  z bodu  $A$  na vodorovnej ploche pozdĺž priamky  $\overline{AC}$  do bodu  $C$  (obr. 2.11), vykonáme prácu  $A$ , ktorú pokladáme za práve takú veľkú, ako vykonáme, keď bremeno preniesieme najprv do bodu  $B$  pod bodom  $C$ , a potom ho zdvíhame zvisle do bodu  $C$ , vo výške  $h$  nad vodorovnou podložkou. Pri posunovaní bremena z bodu  $A$  do bodu  $B$  prácu nekonáme. Pri jeho zdvihnutí do výšky  $h$  vykonáme prácu  $A' = kQh = kFh$ . Kladieme:  $A = A' = kFh$ . Ale  $h = s \sin \alpha = s \cos \beta$  a teda:  $A = kFs \sin \alpha = kFs \cos \beta$ . Pri voľnom nesení bremena z bodu  $A$  do bodu  $C$ , po dráhe dĺžky  $s$ , prekonávame jeho tiaž  $Q$  tiež silou  $F$ , ktorá má rovnakú absolútnu hodnotu, ale opačný smer. Uhol  $\beta$  vo vzťahu  $A = kFs \cos \beta$  sa rovná uhlu  $\varphi$ , zovretému smerom sily  $F$ , ktorá koná prácu, a smerom posúvania sa jej pôsobiska. Vykonaná práca je preto tiež

$$A = kFs \cos \varphi = k(\mathbf{F} \cdot \mathbf{s})$$

Vzhľadom na veľa podobných prípadov meriame prácu konštantnej sily, konanú po priamej trati, priamo skalárnym súčinom  $\mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$  a píšeme:  $A = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$ . Voľbou  $k = 1$  zaviedli sme už aj jednotku práce ako prácu jednotkovej sily po jednotkovej dráhe so smerom sily súhlasne rovnobežnej.

V sústave SI základnou jednotkou práce je 1 joule, práca sily 1 newton po dráhe 1 meter v smere sily.  $1 \text{ joule} = 1 \text{ KM}^2\text{S}^{-2} = 1000 \text{ g} \cdot 10000 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-2} = 10^7 \text{ gcm}^2/\text{s}^2$ .

Základnou technickou jednotkou práce je 1 kilopondmeter = 1 kpm =  $1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} = 9,81 \text{ KM}^2\text{S}^{-2} = 9,81 \text{ joule}$ , takže 1 joule = 0,102 kpm.

Pre prípad meniacej sa sily, ktorej pôsobisko sa môže posunúť aj pozdĺž ľubovoľnej čiary, zovšeobecňujeme definíciu práce vzorcom

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r} = \int_{s_1}^{s_2} f(\cos \varphi) ds \quad (1)$$

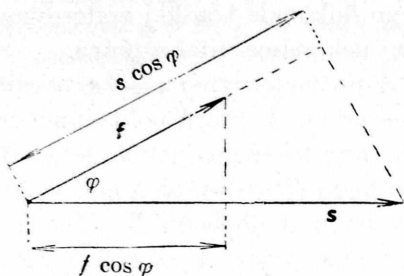
kde  $\mathbf{r}$  je sprievodič pôsobiska sily,  $\varphi$  uhol zovretý smerom sily a smerom posunutia sa jej pôsobiska a  $s$  dĺžka oblúka čiary, pozdĺž ktorej sa posunie pôsobisko sily.

Diferenciál práce je teda

$$dA = \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r} \quad (2)$$

Práca sily nazýva sa i jej *dráhovým účinkom*.

Práca stálej sily pri posunutí jej pôsobiska po priamke je daná jednoducho skalárnym súčinom sily a posunutia,  $A = \mathbf{f} \cdot \mathbf{s} = fs \cos \varphi$ , kde  $\varphi$  je uhol zovretý smerom sily a smerom posunutia (obr. 2.12);  $s \cos \varphi$  je však veľkosť priemetu posunutia do smeru sily a  $f \cos \varphi$  veľkosť priemetu sily do smeru posunutia. Práca stálej sily pri posunutí jej pôsobiska po priamke je teda daná aj súčinnom absolútnej hodnoty sily a veľkosti priemetu posunutia do smeru sily alebo súčinnom absolútnej hodnoty posunutia (dráhy) a veľkosti priemetu sily do smeru dráhy.



Obr. 2.12

Práca stálej sily  $\mathbf{f}$  po ľubovoľnej dráhe je

$$A = \int_{r_0}^r \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r} = \mathbf{f} \cdot \int_{r_0}^r d\mathbf{r} = \mathbf{f} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$$

Práca stálej sily nezávisí od spôsobu prechodu jej pôsobiska zo začiatkovej polohy  $A$  do polohy konečnej  $B$ . Na spojnici týchto bodov konaná práca je práve taká veľká ako na akejkoľvek inej dráhe.

Keď na hmotný bod s hmotnosťou  $m$  pôsobí sila  $\mathbf{f}$ , udeľuje mu táto sila zrýchlenie, ktoré je dané vzťahom  $\mathbf{f} = m\mathbf{a}$ , a koná pritom prácu

$$\begin{aligned} A &= \int_{r_0}^r \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r} = m \int_{r_0}^r \mathbf{a} \cdot d\mathbf{r} = m \int_{r_0}^r \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot d\mathbf{r} = m \int_{v_0}^v \mathbf{v} \cdot d\mathbf{v} = m \int_{v_0}^v v \, dv = \\ &= \frac{1}{2} m \int_{v_0}^v dv^2 = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \end{aligned} \quad (3)$$

lebo skalárny súčin ľubovoľného vektora a jeho diferenciálu sa rovná súčinu jeho absolútnej hodnoty a diferenciálu tejto absolútnej hodnoty.

Keď hmotný bod s hmotnosťou  $m$ , ktorý sa pohybuje rýchlosťou  $\mathbf{v}$ , chceme zastaviť, musíme na bod účinkovať silou  $\mathbf{f}$  so smerom opačným k smeru rýchlosti  $\mathbf{v}$ . Podľa princípu akcie a reakcie hmotný bod vyvíja silu  $\mathbf{f}'$  rovnakej absolútnej hodnoty, ale opačného smeru,  $\mathbf{f}' = -\mathbf{f}$ , a táto sila, reakcia hmoty, koná pri zastavovaní hmotného bodu prácu

$$A = \int_{r_0}^r \mathbf{f}' \cdot d\mathbf{r} = - \int_{r_0}^r \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r} = - \left( 0 - \frac{1}{2} m v^2 \right) = \frac{1}{2} m v^2$$

Pohybujúci sa hmotný bod má teda schopnosť konať prácu. Hovoríme, že má *energiu*. Energia pohybujúceho sa bodu má svoju príčinu v jeho pohybe. Túto energiu pohybujúceho sa bodu nazývame *energiou pohybovou* alebo *kinetickou*.

Kinetická energia pohybujúceho sa hmotného bodu je teda

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad (4)$$

Podľa výsledku (3) práca akejkoľvek sily účinkujúcej na hmotný bod sa rovná zväčšeniu jeho kinetickej energie.

**2.11. Výkon a výkonnosť.** Hraničná hodnota podielu za čas  $\Delta t$  vykonanej práce  $\Delta A$  a tohto času,

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} \quad (1)$$

nazýva sa *výkonom*  $P$  sily alebo zariadenia, stroja, umožňujúceho, aby sa pôsobisko sily posuňovalo. Najväčší možný výkon stroja je jeho *výkonnosť*.

V sústave SI je základnou jednotkou výkonu 1 watt, výkon, pri ktorom sa za jednu sekundu vykoná práca 1 joule:

$$1 \text{ watt} = \frac{1 \text{ joule}}{\text{s}}; \quad 1000 \text{ watt} = \text{kilowatt (kW)}$$

Často ešte používanou jednotkou je aj 1 kôň (k, HP) = 75 kpms<sup>-1</sup>.

$$1 \text{ k} = 75 \text{ kpms}^{-1} = 75 \cdot 9,81 \text{ joule s}^{-1} = 735,5 \text{ watt} = 0,736 \text{ kW}$$

$$1 \text{ kW} = 1,395 \text{ k}$$

Pri stálom výkone  $P$  je vykonaná práca  $A$  daná súčinom výkonu a času