pohyb na inerciálnu súradnicovú sústavu. Inakšie pri riešení úloh mechaniky treba vychádzať z rovnice

$$\Sigma \boldsymbol{f}_i = m(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{a}_0) \tag{5}$$

O určitej možnosti zachovania platnosti rovnice (4) aj v prípade neinerciálnych súradnicových sústav sa poučíme v čl. 2.15.

2.6. Podmienky rovnováhy hmotného bodu. Hovoríme, že hmotný bod je vzhľadom na nejaké teleso (súradnicový systém) v rovnováhe, ak sa jeho poloha vzhľadom na toto teleso s časom nemení. Jeho rýchlosť a zrýchlenie vzhľadom na toto teleso sú potom nulové: $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{0}$ a $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{0}$.

Ak súradnicový systém viazaný na toto teleso je inerciálny, podľa vzťahu (2.5.4) aj výslednica síl pôsobiacich na hmotný bod sa za rovnováhy rovná nule. Podmienkou rovnováhy hmotného bodu vzhľadom na inerciálny súradnicový systém teda je, aby sa výslednica síl pôsobiacich na hmotný bod rovnala nule, čiže aby bola splnená rovnica

$$\Sigma \boldsymbol{f}_i = \boldsymbol{0} \tag{1}$$

Keď však súradnicový systém, vzhľadom na ktorý polohu bodu máme na mysli, nie je inerciálny, z podmienky $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{0}$ a zo vzťahu (5 čl. 2.5.) dostávame, že za rovnováhy hmotného bodu vzhľadom na neinerciálny súradnicový systém musí byť

$$\Sigma \boldsymbol{f}_i = -m\boldsymbol{a}_0 \tag{2}$$

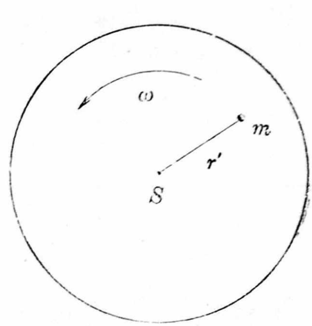
Ak teda chceme udržať hmotný bod v rovnováhe vzhľadom na neinerciálny súradnicový systém, musíme na hmotný bod pôsobiť silou vo všeobecnosti rôznou od nuly. Táto sila je potrebná, aby hmotný bod sledoval pohyb neinerciálneho súradnicového systému, ktorého jednotlivé body sa vo všeobecnosti pohybujú s nenulovými zrýchleniami vzhľadom na inerciálny súradnicový systém.

Osvetlíme si vec pomocou dvoch jednoduchých príkladov. Ako sme už pripomenuli (čl. 2.1), súradnicový systém viazaný na našu Zem možno prakticky pokladať za inerciálny. Predstavme si najprv, že po vodorovnej priamej trati sa pohybuje vlak konštantnou rýchlosťou. Súradnicový systém viazaný na železničný vozeň je potom tiež prakticky inerciálny, a ak na podlahu vozňa položíme nejakú guľu, ona ostane na svojom mieste, čo súhlasí s výsledkom (1), lebo na guľu okrem jej váhy pôsobí aj reakcia jej podložky, sila rovnako veľká, avšak opačného smeru.

Predstavme si teraz, že vlak zväčšuje svoju rýchlosť, takže zrýchlenie jeho pohybu je $\boldsymbol{a}$. Keby na guľu, ktorú sme položili na podlahu vozňa, ani v tomto prípade neúčinkovala vcelku nijaká sila, v dôsledku svojej zotrvačnosti pohybovala by sa guľa konštantnou rýchlosťou vzhľadom na povrch zemský, teda vzhľadom na vozeň so zrýchlením $\mathbf{a}_0 = -\mathbf{a}$. Keď chceme, aby ostala na mieste, kde sme ju položili, podľa výsledku (2) musíme na ňu účinkovať silou $\mathbf{f} = -m\mathbf{a}_0 = m\mathbf{a}$, čiže takou, aká je potrebná, aby sa guľa pohybovala vzhľadom na povrch zemský so zrýchlením vlaku.

Namiesto gule môžeme mať na mysli aj ľudí, ktorí stoja voľne na podlahe železničného vozňa. Ak vlak zväčšuje svoju rýchlosť, ľudia padajú dozadu, ak sa táto rýchlosť zmenšuje — dopredu.

Iný príklad: Predstavme si, že hladká vodorovná kruhová doska sa otáča okolo svojej zvislej osi uhlovou rýchlosťou $\boldsymbol{\omega}$. Ak chceme, aby nejaké drobné teleso, ktoré sme na dosku položili vo vzdialenosti r' od jej stredu *(obr. 2.6)*, ostalo na doske na tomto svojom mieste, musíme na teleso pôsobiť vhodnou silou. Chceme, aby teleso položené na dosku bolo doskou nesené, čiže aby konalo rovnomerný pohyb po kružnici s polomerom r', pri uhlovej rýchlosti $\boldsymbol{\omega}$. Na to je potrebná sila, ktorá by telesu udeľovala vzhľadom na okolie otáčajúcej sa dosky dostredivé zrýchlenie $-\omega^2\mathbf{r}'$, teda dostredivá sila $-m\omega^2\mathbf{r}'$.



Obr. 2.6

Tento výsledok dostaneme však aj podľa predošlej úvahy. Teleso položené na dosku, keď je doskou nesené, pohybuje sa vzhľadom na okolie dosky rýchlosťou danou vzorcom (1.11.1): $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}' + \mathbf{v}'$, kde $\mathbf{v}'$ je rýchlosť telesa vzhľadom na dosku, ktorá sa, prirodzene, rovná nule. Ale ak náhle zrušíme silu, ktorá núti naše teleso sledovať pohyb dosky (prestrihneme niť, ktorá ho udržuje vo vzdialenosti $\mathbf{r}'$ od stredu dosky), v dôsledku svojej zotrvačnosti bude sa teleso pohybovať ďalej touto rýchlosťou vzhľadom na okolie dosky, a rýchlosť $\mathbf{v}'$ sa začne meniť.

Absolútnou deriváciou predošlej rovnice podľa času, v ktorej $\mathbf{v}$ je už konštantné, ale $\mathbf{v}'$ sa mení, dostávame

$$0 = \boldsymbol{\omega} \times \left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{r}'}{\mathrm{d}t}\right)_a + \left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}'}{\mathrm{d}t}\right)_a =$$

$$= \boldsymbol{\omega}\times(\mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}') + \left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}'}{\mathrm{d}t}\right)_r + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v}' = 2(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v}') - \omega^2\mathbf{r}' + \left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}'}{\mathrm{d}t}\right)_r$$

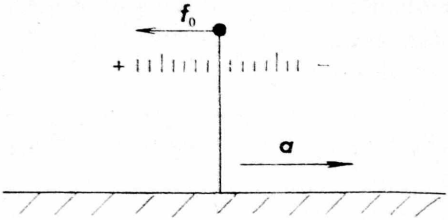
alebo

$$\mathbf{a}_0 = \left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}'}{\mathrm{d}t}\right)_r = \omega^2\mathbf{r}'$$

lebo v okamžiku zrušenia sily, ktorá nútila teleso sledovať pohyb dosky, bolo ešte $\mathbf{v}' = 0$. Za rovnováhy, teda podľa vzorca (2), musí byť $\mathbf{f} = -m\mathbf{a}_0 = -m\omega^2\mathbf{r}'$.

Na využití sily pôsobiacej na teleso, ktoré je v rovnováhe vzhľadom na neinerciálny súradnicový systém, sú založené prístroje slúžiace na meranie zrýchlenia takýchto systémov — tzv. *akcelerometre.* Ich princíp vysvetlíme na jednoduchom zariadení.

Predstavme si, že na vlaku je zariadenie znázornené na *obr. 2.7*, kovová guľôčka na konci zvislého pružného drôtu. Ak vlak je v pohybe s nenulovým zrýchlením $\mathbf{a}$ v smere na obrázku vyznačenej šípky, gulôčka je vychýlená na opačnú stranu, lebo až v tomto prípade účinkuje na guľôčku sila potrebná na zachovanie rovnováhy: $\mathbf{f} = -m\mathbf{a}_0 = m\mathbf{a}$. Podľa Hookovho zákona sila účinkujúca na vychýlenú guľôčku je však úmerná jej výchylke z rovnovážnej polohy, $\mathbf{f} = -k^2\mathbf{u} = m\mathbf{a}$, takže



Obr. 2.7

$$\mathbf{a} = -\frac{k^2}{m}\mathbf{u}.$$

K veci sa ešte vrátime v čl 2.15 pri podrobnejšom rozbore zákonov pohybu hmotného bodu vzhľadom na zemský povrch.

2.7. D'Alembertov princíp. Priebeh pohybu hmotného bodu vzhľadom na inerciálnu sústavu určuje rovnica (2.5.4), ktorú môžeme napísať v anulovanom tvare

$$\Sigma \mathbf{f}_i - m\mathbf{a} = 0 \tag{1}$$

D'Alembert[1] nazval v tejto rovnici vystupujúcu veličinu $-m\mathbf{a}$, totožnú so silou reakcie hmotného bodu na sily $\mathbf{f}_i$, ktoré sú mu vnútené, zotrvačnou silou. Dnes sa nazýva aj *d'Alembertova sila.* Keď ju označíme $\mathbf{f}_a$, rovnicu (1), platnú pre ľubovoľne sa pohybujúci hmotný bod, môžeme napísať takto:

$$\Sigma\mathbf{f}_i + \mathbf{f}_a = 0 \tag{2}$$

Slovami: Súčet všetkých, v mieste hmotného bodu pri jeho ľubovoľnom pohybe pôsobiacich síl rovná sa nule. Tým sa problém pohybu hmotného bodu formálne zmenil na problém statiky.

---

[1]) Jean Le Rond d'Alembert (1717–1783), francúzsky matematik, fyzik a filozof, spoluredaktor a autor úvodu k slávnej francúzskej Encyklopédii alebo Racionálnemu slovníku vied, umení a remesiel.