

4. Vypočítajte moment zotrvačnosti pravouhlého hranola s hmotnosťou M , ktorého hrany sú a , b , c , vzhľadom na osi prechádzajúce stredmi protilahlých strán, keď $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 12$ cm, $M = 240$ g! (500, 3 200, 3 060 gcm²)

5. Vypočítajte moment zotrvačnosti kocky s hranou a a s hmotnosťou M vzhľadom na jej telesnú uhlopriečku! ($Ma^2/6$)

6. Akou uhlovou rýchlosťou sa otáča guľa okolo svojho priemeru, ak jej polomer $r = 10$ cm, hmotnosť $M = 5$ kg a jej pohybová energia $K = 100$ kpm! ($\omega = 313$ s⁻¹)

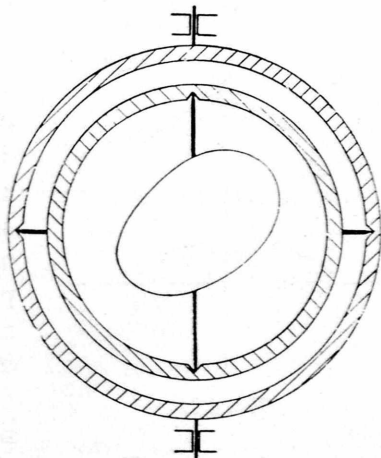
7. Za aký čas prebehne valec s polomerom r a s hmotnosťou M dĺžku naklonenej roviny so sklonom α , keď sa po naklonenej rovine valí? ($t = \frac{3s}{g \sin \alpha}$)

8. V akej vzdialenosti od stredu tyče so stálym a veľmi malým priemerom a s dĺžkou l má byť umiestnená os, aby tyč ako fyzikálne kyvadlo mala najmenšiu dobu kyvu? ($l/2\sqrt{3}$)

9. Vypočítajte gyračný polomer tyče s dĺžkou l , s veľmi malým prierezom vzhľadom na os prechádzajúcu jej ťažiskom! ($l/2\sqrt{3}$)

10. Drôt je stočený do kruhu s polomerom $r = 20$ cm. Vypočítajte dobu kyvu a redukovanú dĺžku tohto telesa ako fyzikálneho kyvadla, keď je uložené na osi kolmej na rovinu kruhu a prechádzajúcej bodom jej obvodu! (0,63 s, 40 cm)

4.11. Pohyb telesa upevneného v jednom bode. Tuhé teleso možno upevniť tak, aby sa len jeden bod telesa nemohol pohybovať, napríklad pomocou guľového kĺbu alebo uložením telesa na osi v *Cardanovom závесе*. Cardanov záves (obr. 4.20) sa skladá z dvoch sústredných kruhových prstencov. Prstenec s väčším polomerom sa môže otáčať okolo osi, ktorá má v priestore stálu polohu, vnútorný prstenec okolo osi, ktorá je nesená vonkajším prstencom a je na os vonkajšieho prstenca kolmá. Priemer tohto prstenca, na os vnútorného prstenca kolmý, môže teda zaujať v priestore akúkoľvek polohu. Ak tento prímer stotožníme s mechanickou osou nejakého tuhého telesa, len ten bod tuhého telesa nebude môcť zmeniť svoju polohu v priestore, ktorý bude v spoločnom strede obidvoch prstencov Cardanovho závesu. Teleso bude mať však pritom tri stupne voľnosti svojho pohybu, umožňujúce, aby tri Eulerove uhly (čl. 1.8),



Obr. 4.20

ktoré vyjadrujú polohu telesa upevneného v jednom bode, mohli nadobudnúť akékoľvek hodnoty.

Pre experimentálne štúdium pohybu telesa upevneného v jednom bode použitie guľového kĺbu aj Cardanovho závesu má isté svoje nevýhody. Guľový kĺb umožňuje pohyb telesa len v určitých hraniciach a okrem toho sa pri guľovom kĺbe veľmi nepriaznivo prejavujú sily trenia, ktorých moment vzhľadom na nepohyblivý bod telesa je vždy dosť veľký, keďže rozmery guľového kĺbu z dôvodov mechanickej pevnosti nemôžu byť ľubovoľne malé. Pri Cardanovom závese sa nepriaznivo prejavuje hmotnosť jeho dvoch prstencov.

V silovom poli zemskom v jednom bode možno však teleso upevniť aj podopretím telesa v niektorom jeho bode nad ťažiskom alebo v ťažisku (Maxwellov zotrvačník, obr. 4.21). V nasledujúcom článku sa presvedčíme, že teleso, ktoré má tvar telesa rotačného a je okolo svojej tvarovej osi prudko roztočené, môžeme podoprieť v koncovom bode jeho osi aj pod ťažiskom.

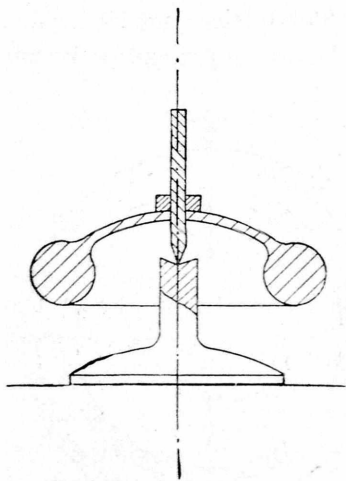
Pre pohyb tuhého telesa upevneného v jednom bode platí rovnica (4.6.7)

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{T}) + \boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{T} \quad (1)$$

v ktorej $\mathbf{T}$ je tenzor zotrvačnosti telesa v jeho nepohyblivom bode, $\boldsymbol{\omega}$ uhlová rýchlosť otáčania okolo okamžitej osi, $\boldsymbol{\epsilon}$ uhlové zrýchlenie a $\mathbf{D}$ moment všetkých vonkajších síl pôsobiacich na teleso vzhľadom na pevný bod telesa.

Pretože moment $\mathbf{D}$ sa v tejto rovnici vzťahuje na upevnený bod telesa, pri jeho počítaní nemusíme brať ohľad na sily reakcie upevnenia telesa, lebo ich moment vzhľadom na nehybný bod telesa sa rovná nule; vo všeobecnosti by sme však museli počítať aj s nimi, ak by sme chceli skúmať priebeh pohybu telesa s použitím rovnice (4.6.6), v ktorej momenty $\mathbf{D}^*$ a $\mathbf{G}^*$ sa nevzťahujú na nehybný bod telesa, ale na jeho ťažisko. Sily trenia, ak nie sú zanedbateľne malé, treba však uvažovať aj pri používaní rovnice (4.6.7), lebo ich priamky neprechádzajú cez nehybný bod telesa a predstavujú obyčajne silové dvojice.

Pri riešení pohybu telesa upevneného v jednom bode pomocou rovnice (1) môžeme postupovať takto: Tenzor hybnosti $\mathbf{T}$ v nehybnom bode telesa vyjadríme podľa vzorca (4.9.3) pomocou hlavných momentov zotrvačnosti telesa, vzťahujúcich sa na tento bod, a vektory $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\epsilon}$, ako aj jednotkové vektory $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, a $\mathbf{k}$, rovnobežné s osami elipsoidu zotrvačnosti v nehybnom bode



Obr. 4.21

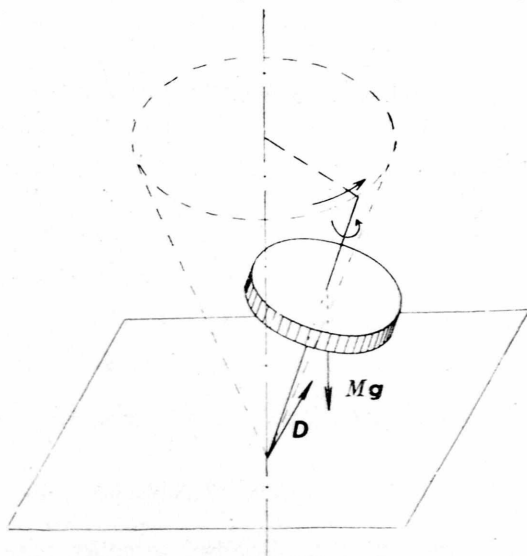
telesa, ktoré sa vyskytujú vo vyjadrení tenzora $\mathbf{T}$, vyjadríme pomocou *Eulero-vých uhlov* a ich prvých a druhých derivácií podľa času. Takto upravenú vektorovú rovnicu rozpíšeme napokon na tri skalárne rovnice, predstavujúce tri simultánne diferenciálne rovnice pre Eulerove uhly ako funkcie času. Tieto rovnice, ktoré pri daných začiatočných podmienkach (poloha telesa a vektor uhlovej rýchlosti na začiatku počítania času) pohyb telesa úplne určujú, sú však vo všeobecnosti veľmi zložité a ich riešenie naráža na veľké ťažkosti.

V experimentálnej fyzikálnej aj v technickej praxi málokedy sa však treba zaoberať pohybom tuhého telesa náhodilého tvaru upevneného v jednom bode. Najčastejšie sú to rovnorodé tuhé telesá ohraničené rotačnou plochou, alebo telesá s nimi dynamicky rovnocenné, čiže telesá, ktorých elipsoid zotrvačnosti v ich ťažisku je rotačný. Keď tieto telesá majú vzhľadom na svoju os súmernosti aj pomerne veľký moment zotrvačnosti, volajú sa *zotrvačníkmi*. Zotrvačník sa volá *bezsilovým*, ak je upevnený v ťažisku, a *ťažkým*, ak je upevnený v niektorom inom bode svojej tvarovej osi. Budeme sa teraz zaoberať len pohybom ťažkého zotrvačníka.

V zemskom silovom poli účinkuje na ťažký zotrvačník jeho tiaž, ktorá vzhľadom na upevnený bod osi zotrvačníka má nenulový moment. Jeho pohyb prebieha podľa rovnice (1). Presné riešenie tejto rovnice je však aj v prípade zotrvačníka zložité a podrobne sa vykonáva obyčajne len vo väčších učebniciach analytickej mechaniky. Cenné a prakticky veľmi dobre upotrebitelné kvalitatívne aj kvantitatívne výsledky môžeme však získať, aj keď použijeme istý zjednodušujúci predpoklad, ktorý zdôvodníme pomocou vhodného číselného príkladu.

Majme na mysli zotrvačník tvaru znázorneného na obr. 4.22. Roztočme zotrvačník prudko okolo jeho osi a postavme ho potom šikmo na vodorovnú podložku.

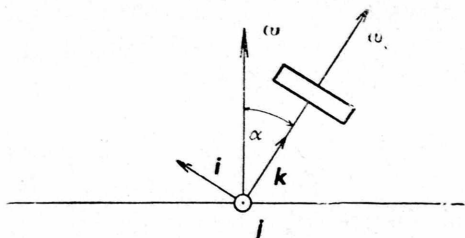
Ako aj z dennej skúsenosti vieme, po pustení zotrvačníka jeho os pôsobením jeho tiaže neklesne (čo by sa stalo, keby zotrvačník nebol býval roztočený), ale začne sa pohybovať približne po plášti kužela so zvislou osou, a to v zmysle súhlasnom s vlastnou rotáciou zotrvačníka (obr. 4.22). Súčasne,



Obr. 4.22

najmä ak zotrvačník nebol roztočený veľmi prudko, môžeme pozorovať, že horný koniec osi zotrvačníka sa nepohybuje presne po kružnici, ale opisuje okolo nej vlnitú čiaru. Táto časť pohybu osi zotrvačníka sa volá *nutácia* a opísaný pohyb zotrvačníka — *pseudoregulárna precesia*.

Nájdeme podmienky, pri ktorých zotrvačník otáčajúci sa okolo svojej tvarovej osi uhlovou rýchlosťou ω_0 koná regulárnu precesiu, t. j. precesiu bez nutácie, uhlovou rýchlosťou ω' a vektor ω' zvierá s osou zotrvačníka uhol α (obr. 4.23). Pri takomto pohybe výsledná uhlová rýchlosť zotrvačníka je $\omega = \omega_0 + \omega'$ a moment sily pôsobiacej na zotrvačník podľa vzorca (1) musí preto byť stále $D = \omega \times (\omega \cdot T) + \epsilon \cdot T = (\omega_0 + \omega') \times [(\omega_0 + \omega') \cdot T] + \epsilon \cdot T$, kde T je tenzor hybnosti zotrvačníka v jeho nehybnom bode, $T = Aii + Ajj + Ckk$, kde A a C sú momenty zotrvačnosti a vektory i, j a k sú s osami elipsoidu zotrvačnosti zotrvačníka rovnobežné jednotkové vektory.



Obr. 4.23

Za účelom ďalšej úpravy posledného výrazu pre moment D si predstavme, že v určitom okamihu je zotrvačník v polohe znázornenej na obr. 4.23 a os X systému viazaného na zotrvačník je práve v rovine vektorov ω' a ω_0 , takže

vektory ω' , ω_0 , i a k ležia všetky v jednej rovine, na ktorú je vektor j kolmý a smeruje dopredu. Potom, ak si ešte uvedomíme, že uhlové zrýchlenie zotrvačníka sa číselne rovná rýchlosti, ktorou sa pohybuje koncový bod vektora ω pozdĺž kruhovej základne herpolódiového kužela, môžeme písať:

$$\begin{aligned}
 D &= (\omega_0 + \omega') \times [(\omega_0 + \omega') \cdot (Aii + Ajj + Ckk)] + \\
 &\quad + [\omega' \times (\omega' + \omega_0)] \cdot (Aii + Ajj + Ckk) = \\
 &= (\omega_0 + \omega') \times (C\omega_0 + iA\omega' \sin \alpha + kC\omega' \cos \alpha) - jA\omega_0\omega' \sin \alpha = \\
 &= j(A\omega_0\omega' \sin \alpha - C\omega_0\omega' \sin \alpha + A\omega'^2 \sin \alpha \cos \alpha - C\omega'^2 \sin \alpha \cos \alpha - \\
 &\quad - A\omega_0\omega' \sin \alpha) = -j \left[C\omega'_0 \sin \alpha + (C - A) \frac{\omega'^2 \omega_0}{\omega_0} \sin \alpha \cos \alpha \right] = \\
 &= (\omega' \times \omega_0) \left[C + (C - A) \frac{\omega'}{\omega_0} \cos \alpha \right] \quad (2)
 \end{aligned}$$

Vzorec (2) má základný význam pre všetky praktické použitia zotrvačiek. Hovorí, keďže je nepodstatné, či precesiu vyvoláva tiaž ťažkého zotrvačníka alebo nejaká iná sila, že na regulárnu precesiu zotrvačníka roztočeného okolo tvarovej osi je potrebná sila, ktorej moment je na rovinu určenú vektorom uhlovej rýchlosti zotrvačníka okolo jeho tvarovej osi a vektorom uhlovej rýchlosti precesie stále kolmý a systém vektorov D , ω' a ω_0 je pravočierny.

Získaný výsledok sa v hlavných rysoch zhoduje s pohybom zotrvačníka (obr. 4.22) podopretého pod ťažiskom za účinku jeho tiaže, ktorej moment je na rovinu vektorov ω' a ω_0 kolmý a podľa rovnice (2) orientovaný. Na vyvolanie regulárnej precesie nestačí však takýto zotrvačník roztočiť a postaviť šikmo na podložku. Vznikla by pseudoregulárna precesia, t. j. precesia s nutáciou. Ak chceme uskutočniť regulárnu precesiu, musíme osi zotrvačníka pred pustením udeliť ešte potrebnú precesnú rýchlosť. Vypočítame, aká má byť veľká.

Pre jednoduchosť nech má zotrvačník tvar hmotnej kruhovej dosky s polomerom R a hmotnosťou M , takže momenty zotrvačnosti C a A sú $C = \frac{1}{2}MR^2$ a $A = \frac{1}{4}MR^2$. Vzdialenosť ťažiska od dolného konca nehmotnej osi zotrvačníka nech je a a os nech zvierá so zvislým smerom uhol α . Uhlová rýchlosť zotrvačníka okolo jeho tvarovej osi nech je ω_0 . Vo vzorci (2) vystupujúci moment D má potom absolútnu hodnotu $Mga \sin \alpha$ a rovnica (2) napísaná v skalárnom tvare je $Mga \sin \alpha = \omega_0 \omega' \sin \alpha \left(\frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{4}MR^2 \frac{\omega'}{\omega_0} \cos \alpha \right)$, alebo

$$ga = \frac{1}{4} R^2 \omega_0 \omega' \left(2 + \frac{\omega'}{\omega_0} \cos \alpha \right)$$

Táto rovnica je kvadratická rovnica pre uhlovú rýchlosť ω' , ktorá po ďalšej úprave je:

$$R^2 \omega'^2 \cos \alpha + 2R^2 \omega_0 \omega' - 4ga = 0$$

takže pre ω' dostávame

$$\omega'_{12} = \frac{-2R^2 \omega_0 \pm \sqrt{4R^4 \omega_0^2 + 16R^2 ga \cos \alpha}}{2R^2 \cos \alpha}$$

Kladný koreň rovnice je približne

$$\omega' = \frac{-2R^2 \omega_0 + 2R^2 \omega_0 \sqrt{1 + 4 \frac{ga \cos \alpha}{R^2 \omega_0^2}}}{2R^2 \cos \alpha} = \frac{\omega_0}{\cos \alpha} \cdot \frac{2ga \cos \alpha}{R^2 \omega_0^2} = \frac{2ga}{\omega_0 R^2}$$

a je zrejme totožný s koreňom lineárnej rovnice, ktorá vznikne z rovnice (2) po zanedbaní druhého člena v hranatej zátvorke.

Ak teda je napríklad $R = a = 5$ cm, je:

$$\nu' = \frac{\omega'}{2\pi} = \frac{2ga}{2\pi \omega_0 R^2} = \frac{2ga}{4\pi^2 \nu_0 R^2} = \frac{2 \cdot 1000 \cdot 5}{4 \cdot 10 \cdot 25 \nu_0} \text{ s}^{-2} = \frac{10}{\nu_0} \text{ s}^{-2}$$

a pre $\nu_0 = 50 \text{ s}^{-1}$ vychádza: $\nu' = 0,2 \text{ s}^{-1} = 0,4 \% \nu_0$.

Zotrvačník, ktorý sme si zvolili za príklad, dobre vystihuje vlastnosti zotrvačníkov používaných v praxi a podľa získaného číselného výsledku už pri frekvencii otáčania sa zotrvačníka okolo jeho tvarovej osi, ktorú prakticky ľahko môžeme dosiahnuť, uhlová rýchlosť precesie vzhľadom na uhlovú rýchlosť otáčania sa zotrvačníka okolo jeho tvarovej osi je veľmi malá. Táto okolnosť nám umožňuje druhý člen v rovnici (2), ktorý sa len pri $\alpha = 90^\circ$ presne rovná nule, pri každej hodnote uhla α zanedbať a rovnicu písať vo veľmi jednoduchom tvare

$$\mathbf{D} = C(\boldsymbol{\omega}' \times \boldsymbol{\omega}_0) \quad (3)$$

Podľa svojho odvodenia rovnice (2) a (3) vyjadrujú podmienku regulárnej precesie zotrvačníka podrobeného vonkajším silám. Z nich vyplývajúca pomerne malá hodnota uhlovej rýchlosti regulárnej precesie okolo tvarovej osi prudko roztočeného zotrvačníka, ktorá sa udržiava aj za účinku pomerne veľkých síl, však naznačuje, že výsledná uhlová rýchlosť zotrvačníka rýchle sa otáčajúceho okolo tvarovej osi v praktických prípadoch môže byť vždy len veľmi málo odlišná od rýchlosti okolo jeho tvarovej osi $\boldsymbol{\omega}_0$. Za tohto predpokladu pre moment hybnosti zotrvačníka prudko roztočeného okolo tvarovej osi, ktorý vo všeobecnosti je $\mathbf{G} = \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{T} = A\boldsymbol{\omega}_1 + A\boldsymbol{\omega}_2 + C\boldsymbol{\omega}_3$, kde $\boldsymbol{\omega}_1$, $\boldsymbol{\omega}_2$ a $\boldsymbol{\omega}_3$ sú projekcie vektora $\boldsymbol{\omega}$ na osi elipsoidu zotrvačnosti v nehybnom bode zotrvačníka, môžeme písať $\mathbf{G} = C\boldsymbol{\omega}_3 = C\boldsymbol{\omega}_0$, čím sa pre pohyb tuhého telesa všeobecne platná rovnica $\mathbf{D} = \frac{d\mathbf{G}}{dt}$ upravuje pri zotrvačníkoch na tvar (pravda, len približne platný)

$$\mathbf{D} = C \frac{d\boldsymbol{\omega}_0}{dt} \quad (4)$$

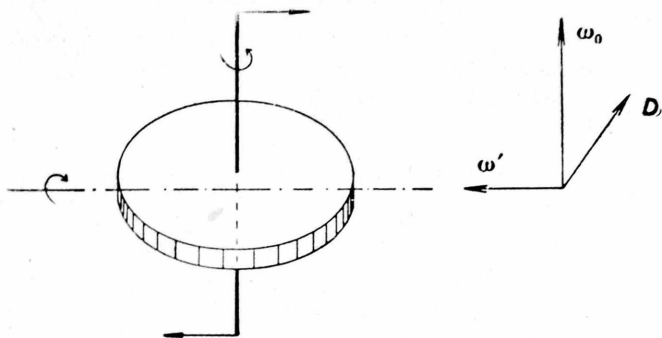
Práve odvodenú rovnicu (4) môžeme však ľahko upraviť aj na tvar rovnice (3), a to podľa tejto úvahy: Moment síl pôsobiacich na os zotrvačníka je vektor, ktorý je na os zotrvačníka kolmý. Podľa rovnice (4) má preto aj uhlové zrýchlenie $\frac{d\boldsymbol{\omega}_0}{dt}$ túto vlastnosť, takže pri vhodnej voľbe vektora $\boldsymbol{\omega}'$

v rovine na vektor $\mathbf{D}$ kolmej je $\frac{d\boldsymbol{\omega}_0}{dt} = \boldsymbol{\omega}' \times \boldsymbol{\omega}_0$. To však znamená, že rovnica (3) nevyjadruje len podmienku regulárnej precesie, ale ako rovnica približne splnená platí pre rýchle sa otáčajúce zotrvačníky všeobecne.

Rovnica (4) vyjadruje však bezprostredne tzv. *pravidlo súhlasnej rovnobežnosti* momentu síl pôsobiacich na os zotrvačníka a zmeny smeru jeho osi: *Os zotrvačníka sa snaží stotožniť svoj smer so smerom momentu sily pôsobiacej na zotrvačník, čiže so smerom zotrvačníku vnucovanej dodatkovvej rotácie.*

Správnosť tejto vety si môžeme overiť na pohybe ťažkého zotrvačníka, ktorý je znázornený na *obr. 4.22*. Ak neprizeráme k nutácii, moment tiaže tohto zotrvačníka je stále rovnobežný so smerom pohybu horného konca osi zotrvačníka.

Všimnime si však aj zotrvačník znázornený na *obr. 4.24*. Tento zotrvačník reaguje na dvojicu síl, ktorá sa usiluje pootočiť os zotrvačníka v rovine papiera, teda okolo osi na rovinu papiera kolmej, tak, že os zotrvačníka sa začína otáčať okolo vodorovnej osi ležiacej v rovine papiera, ako je to na *obr. 4.24* vyznačené šípkami.



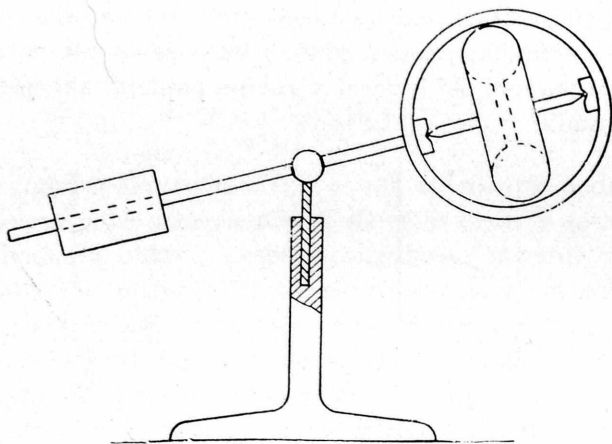
Obr. 4.24

Keď však tvarová os tohto zotrvačníka je upevnená tak, že sa môže otáčať len v rovine papiera, os zotrvačníka pôsobí na prekážku, ktorá znemožňuje jej pootočenie okolo vodorovnej osi, dvojicou síl s momentom vodorovným a smerujúcim vľavo. Podľa princípu akcie a reakcie upevnenie osi účinkuje preto na os zotrvačníka dvojicou síl s momentom opačného smeru, ktorá podľa rovnice (4) vyvoláva už sama pootočenie osi zotrvačníka okolo priamky na rovinu papiera kolmej, takže toto pootočenie osi zotrvačníka, ak jeho os je vedená, môže sa ľahko uskutočniť.

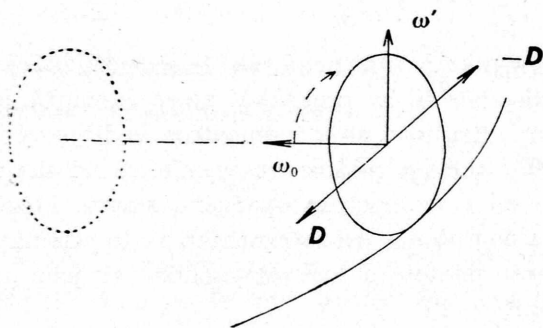
Toto na prvý pohľad nepochopiteľné správanie sa zotrvačníka volá sa *gyroskopickým efektom*, inakšie aj *kinetickou reakciou* zotrvačníka.

Možno ju pohodlne demonštrovať pomocou *Fesselovho prístroja* (*obr. 4.25*). Je to vahadlo, otáčajúce sa okolo vodorovnej aj zvislej osi, na ktorom na jeho jednom konci je posunovateľné závažie a druhý koniec nesie zotrvačník, ktorého os je v predĺžení vahadla. Podľa toho, či spoločné ťažisko vahadla, závažia a zotrvačníka je od vodorovnej osi vahadla vľavo alebo vpravo, otáča sa vahadlo okolo svojej zvislej osi v jednom alebo opačnom zmysle. Ak závažie nahradíme nádobkou s vodou, ktorá z nej pomaly vyteká, nastáva zmena zmyslu precesie vahadla v okamihu, keď ťažisko pohyblivej časti prístroja prechádza cez stred vahadla.

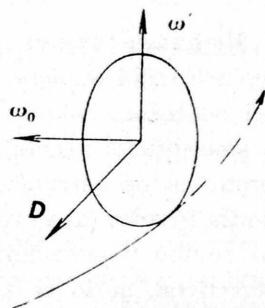
S kinetickou reakciou zotrvačníkov sa v dennom živote veľmi často stretávame a založený je na nej celý rad stabilizačných a indikačných prístrojov, ako aj zariadení umožňujúcich automatické riadenie lodí alebo lietadiel. Kinetická reakcia zotrvačníkov sa však niekedy prejavuje aj veľmi nepriaznivo.



Obr. 4.25



Obr. 4.26



Obr. 4.27

Zotrvačníkmi sú napríklad kolesá všetkých vozidiel. Pokiaľ vozidlo ide priamo, nemení sa smer vektora otáčania osí kolies, ktorý pri napredovaní vozidla je orientovaný vodorovne vľavo. Otáčajúce sa kolesá zväčšujú stabilitu vozidla pri priamej jazde, čo má význam hlavne pri dvojkoľosových vozidlách. Pri štvorkolesových vozidlách kinetická reakcia kolies má však v zákrutách nepriaznivý vplyv na stabilitu vozidla, ako to vyplýva z obr. 4.26, ktorý sa vzťahuje na zákrutu vľavo. V zákrute vľavo kolesá vozidla konajú precesný pohyb okolo zvislých priamok uhlovou rýchlosťou ω' , orientovanou nahor,

na čo podľa vzorca (3) je potrebná dvojica síl s momentom $\mathbf{D}$, orientovaným vodorovne dozadu. Poskytujú ju ložiská kolies. Podľa princípu akcie a reakcie kolesá vozidla reagujú však na ňu dvojicou síl s momentom — $\mathbf{D}$, orientovaným opačne čiže dopredu, ktorá sa snaží vozidlo preklopiť vpravo a podporuje súhlasný účinok odstredivej sily. Jav vysvetľuje aj pravidlo súhlasnej rovnobežnosti osi otáčania zotrvačníka okolo jeho tvarovej osi a osi zotrvačníku vnucovanej dodatkovej rotácie, ktorá pri zákrute vľavo je orientovaná zvisle nahor. Ako sa čitateľ ľahko môže aj sám presvedčiť, rovnaký účinok má kinetická reakcia kolies vozidla aj pri zákrute vpravo.

Pri dvojkoľosových vozidlách kinetická reakcia umožňuje však prechod z priamej jazdy do zákruty aj pri pustených kormidlách. Ak sa jazdec nakloní vľavo, tiaž jazdca, ktorej moment v tomto prípade smeruje dozadu, vyvolá už sama pootočenie predného kolesa tiež vľavo (*obr. 4.27*). Vodorovná zložka váhy jazdca poskytuje súčasne potrebnú dostredivú silu.

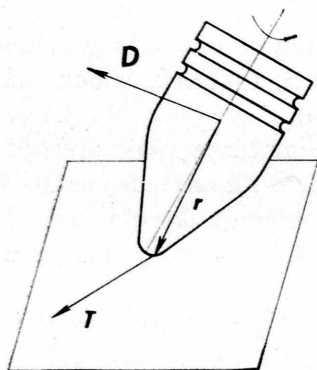
Mohutným zotrvačníkom je aj vrtula lietadla, ktorej os vlastnej rotácie smeruje obyčajne dopredu. Jej kinetická reakcia sa prejaví vždy, kedykoľvek sa mení smer pozdĺžnej osi lietadla. Ak napríklad pilot pomocou smerového kormidla núti lietadlo do zákruty vľavo (vpravo), pozdĺžna os lietadla sa súčasne nakloní tak, že lietadlo začne stúpať (klesať), čo treba vyrovnať výškovým kormidlom.

Ideálny, v ťažisku upevnený zotrvačník sa vyznačuje tou vlastnosťou, že jeho os zachováva svoj smer vzhľadom na inerciálne sústavy. Os zotrvačníka uloženého v Cardanovom závесе, ak v ložiskách závесu niet vôbec trenia a hmoty prsteňov závесu sú zanedbateľne malé, smeruje teda stále k tej istej stálici, takže vo všeobecnosti mení svoju polohu vzhľadom na Zem. Túto vlastnosť bezsilového zotrvačníka použil Foucault na dôkaz otáčania sa Zeme okolo jej osi. Ak však os bezsilového zotrvačníka je rovnobežná s osou zemskou, jej jeden koniec smeruje stále k severnému pólu, ukazuje teda svetové strany. Ani jeden skutočný zotrvačník nie je však ideálny a niet príčiny, aby sa os bezsilového zotrvačníka po náhodilej zmene svojho smeru vrátila do pôvodnej polohy. Preto bezsilový zotrvačník sa v skutočnosti nemôže použiť ako kompas.

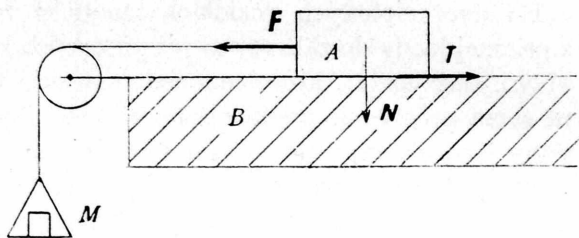
Zotrvačníkové kompasy však boli skonštruované, ale sú založené na tej vlastnosti zotrvačníkov, že ich os sa snaží splynúť s osou vnútornej precesie. Sú to zotrvačníky, ktorých vodorovná os sa môže otáčať len okolo osi zvislej. Ak by os takto upevneného zotrvačníka nemenila svoju polohu vo vodorovnej rovine, v dôsledku otáčania sa Zeme okolo jej osi by os zotrvačníka konala precesný pohyb okolo priamky rovnobežnej so zemskou osou. Tejto precesii sa zotrvačník bráni tak, že stotožňuje smer svojej osi čo najviac so smerom osi zemskej. Pretože toto stotožnenie je najväčšie, ak os zotrvačníka je v ro-

vine poludníka, os zotrvačnickového kompasu sa samovoľne stáča do tejto roviny.

Na zakončenie tohto článku vysvetlíme ešte tento všeobecne známy jav: Os zotrvačníka, ktorý bol roztočený a dolným koncom svojej osi šikmo postavený na vodorovnú podložku, v priebehu precesie sa postupne vzpriamuje, najmä ak dolný koniec osi je tupý. Príčinou je trenie medzi podložkou a osou zotrvačníka. Ak sa zotrvačník otáča okolo svojej osi pri pozo-



Obr. 4.28



Obr. 4.29

rovaní zhora v zmysle proti pohybu hodinových ručičiek, pri polohe zotrvačníka podľa obr. 4.28 na zotrvačník účinkujúce trenie smeruje kolmo pred papier. Os zotrvačníka sa srazí s plytúcim jeho momentom, ktorý — ako je to naznačené na obrázku — treba však vzťahovať na ťažisko zotrvačníka, lebo zotrvačník tupým koncom svojej osi opretý o hladkú podložku nemá nepohyblivý bod.

4.12. Trenie. Teleso A nech je položené na hladkú vodorovnú podložku B (obr. 4.29). Teleso A môžeme sa snažiť uviesť do pohybu vzhľadom na teleso B prikladaním závaží na misku M , čím na teleso A začína pôsobiť vo vodorovnom smere sila F . Pozorujeme, že pokiaľ sila F je dosť malá, čakávaný pohyb nenastane. Pri pozvoľnom a opatrnom zväčšovaní sily F teleso A začne klzať po povrchu telesa B , až keď sila F dosiahne určitú hodnotu F_0 . Z naznačeného pokusu vyplýva, že súčasne so silou F , ktorá sa snaží vyvolať pohyb telesa A vzhľadom na jeho podložku, v stykovej ploche oboch telies začína na teleso A účinkovať aj iná sila T , ktorá má opačný smer a ktorá — pokiaľ je $F < F_0$ — účinnosť sily F ruší, takže zo začiatku je $T = -F$. Sila T sa volá *trenie v šmyku* (tiež *klzné* alebo *vlečné*).

Opísaný pokus môžeme zopakovať s tou zmenou, že teleso A po každom malom zväčšení sily F pootočíme v smere sily F . Zistíme, že na to, aby sa povrch telesa A po povrchu telesa B udržal, stačí už sila F' , ktorej absolútna hodnota $F' < F_0$. Na styku dvoch telies, ktoré po sebe rovnomerne klúzu, pôsobí teda tiež trenie, ktorého absolútna hodnota je však za inakšie rovnakých pod-