Keď zložky sú len dve, pre ich momenty vzhľadom na ktorýkoľvek bod ich výslednice platí: $\mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{f}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{f}_2 = 0$, a absolútne hodnoty momentov sú rovnaké: $p_1 f_1 = p_2 f_2$, t. j. $p_1 : p_2 = f_2 : f_1$. Slovami:

Ramená dvoch síl vzhľadom na ľubovoľný bod priamky ich výslednice sú nepriamo úmerné absolútnym hodnotám síl.

Pôsobisko výslednice dvoch síl je teda vždy bližšie k priamke väčšej sily. Keď použijeme nepriamu úmernosť medzi ramenami síl a ich veľkosťami, môžeme nájsť pôsobisko výslednice síl súhlasne rovnobežných aj tak, že spojnicu ich pôsobísk rozdelíme v obrátenom pomere veľkosti skladaných síl. Výslednica sama sa rovná súčtu svojich zložiek. Na *obr. 4.2* je takto vykonaná konštrukcia výslednice dvoch síl súhlasne rovnobežných, na *obr. 4.3* na základe podobnej úvahy dvoch síl nesúhlasne rovnobežných: Na priamku druhej sily nanesie sa v obrátenom smere úsečka predstavujúca silu prvú, na priamku prvej sily v tom istom smere úsečka predstavujúca silu druhú. Priesečník spojnice koncových bodov takto nanesených úsečiek so spojnicou pôsobísk skladaných síl rovnobežných je pôsobisko výslednice.

Na jednotlivé hmotné elementy tuhého telesa v prakticky homogénnom silovom poli zemskom účinkujú ich váhy $\mathbf{g}\, dm$. Súčet ich momentov vzhľadom na ťažisko je

$$\mathbf{D} = \int (\mathbf{r} \times \mathbf{g})\, dm = -\int \mathbf{g} \times \mathbf{r}\, dm = -\mathbf{g} \times \int \mathbf{r}\, dm = 0$$

lebo výraz $\int \mathbf{r}\, dm$, ak v ňom vystupujúci vektor $\mathbf{r}$ sa vzťahuje na ťažisko, rovná sa nule. Ale pretože sa súčet momentov ľubovoľnej sústavy síl, ako už vieme, rovná nule len vzhľadom na body priamky ich výslednice, máme výsledok:

Ťažisko telesa, a to pri každej polohe telesa v priestore, *leží na zvislej priamke výslednice celej váhy telesa, na tzv. ťažnici, a všetky ťažnice telesa, prislúchajúce jeho rôznym polohám v priestore, pretínajú sa v jednom bode — v ťažisku telesa.*

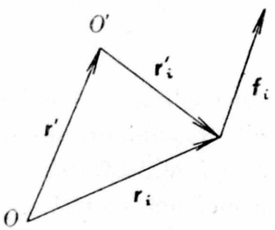
4.3. Dvojica síl. Polohový vektor i-tej vonkajšej sily $\mathbf{f}_i$, ktorá pôsobí na tuhé teleso, vzhľadom na bod O' *(obr. 4.4)* nech je $\mathbf{r}'_i$, vzhľadom na bod O nech je $\mathbf{r}_i$, polohový vektor bodu O' vzhľadom na bod O nech je $\mathbf{r}'$. Súčet momentov všetkých síl pôsobiacich na tuhé teleso vzhľadom na bod O je

$$\mathbf{D} = \sum \mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_i = \sum (\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_i) \times \mathbf{f}_i = \sum (\mathbf{r}' \times \mathbf{f}_i) + \sum (\mathbf{r}'_i \times \mathbf{f}_i) = \mathbf{r}' \times \mathbf{F} + \mathbf{D}' \quad (1)$$

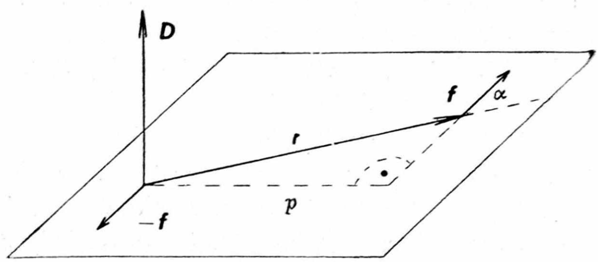
kde $\mathbf{D}'$ je súčet momentov všetkých síl vzhľadom na bod O' a $\mathbf{F}$ súčet všetkých síl. Keď však $\mathbf{F} = \sum \mathbf{f}_i = 0$, je $\mathbf{D} = \mathbf{D}'$. Slovami:

Keď sa súčet síl pôsobiacich v jednom alebo rôznych bodoch tuhého telesa rovná nule, súčet ich momentov vzhľadom na každý bod je rovnaký.

Najjednoduchší prípad sústavy síl s nulovým súčtom sú dve sily rovnakých absolútnych hodnôt a opačných smerov, *dvojica síl (obr. 4.5)*. Súčet momentov síl tvoriacich dvojicu, stručne moment dvojice, nezávisí teda od voľby vzťažného bodu a rovná sa napríklad momentu jednej z nich vzhľadom na pôsobisko sily druhej, $\mathbf{D} = \mathbf{r} \times \mathbf{f}$, lebo moment druhej sily vzhľadom na tento bod sa rovná nule. Absolútna hodnota momentu dvojice síl je $D = rf \sin \alpha = pf$. Rovná sa teda súčinu absolútnej hodnoty ktorejkoľvek zo síl tvoriacich dvojicu a vzájomnej vzdialenosti priamok (rameno dvojice), v ktorých sily dvojice pôsobia. Pretože podľa vzorcov (1) a (2) článku 4.5 účinok dvojice síl na pohyb tuhého telesa je úplne určený jej momentom, ľubovoľné dve dvojice s rovnakým momentom (s ohľadom na absolútnu hodnotu i smer) sú v tuhom telese rovnocenné a navzájom sa nahrádzajú.

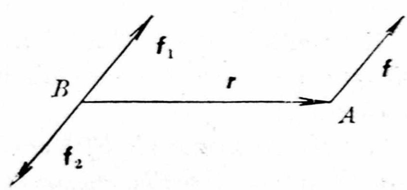


Obr. 4.4



Obr. 4.5

4.4. Redukcia síl v tuhom telese. Ako sme už povedali, zložiť, nahradiť jedinou silou, ich výslednicou, možno len sily rôznobežné a rovnobežné, pokiaľ netvoria dvojicu, lebo moment mimobežných (pôsobiacich v mimobežných priamkach) a dvojicu tvoriacich síl nie je vzhľadom na nijaký bod nulový a moment jedinej sily, ktorá by bola ich výslednicou, je nulový vzhľadom na každý bod jej priamky.



Obr. 4.6

Keď v bode A tuhého telesa účinkuje sila $\mathbf{f}$ a v jeho bode B, v priamke s priamkou sily $\mathbf{f}$ rovnobežnej, pridáme dve ďalšie sily vo vzájomnej rovnováhe *(obr. 4.6)*, silu $\mathbf{f}_1 = \mathbf{f}$ a silu $\mathbf{f}_2 = -\mathbf{f}$, spoločný účinok všetkých troch síl na pohybový stav tuhého telesa bude totožný s účinkom samotnej sily $\mathbf{f}$, účinkujúcej v jeho bode A. V bode B pridaná sila $\mathbf{f}_2 = -\mathbf{f}$ spolu so silou $\mathbf{f}$, účinkujúcou v bode A, tvoria však dvojicu s momentom $\mathbf{D} = \mathbf{r} \times \mathbf{f}$, keď $\mathbf{r}$ je polohový