

Úlohy na evičenie

1. Za aký čas sklzne teleso po naklonenej rovine dlhej $d = 5$ m, ktorá s vodorovnou rovinou zvierá uhol $\alpha = 45^\circ$, keď uhol trenia telesa po naklonenej rovine $\alpha' = 30^\circ$ (1,85 s)

2. Teleso kľže po rovine sklonenej pod uhlom $\alpha = 30^\circ$ bez začiatočnej rýchlosti. Koeficient trenia je 0,1. Akú rýchlosť má po prebehnutí dráhy $s = 2$ m od začiatku pohybu? (4,02 m/s)

3. Teleso tiaže Q sa po náraze šmýkalo po vodorovnej rovine, za 5 s prešlo dráhu 24,5 m a zastalo. Aký je koeficient trenia telesa na podložke? ($\mu = 0,2$)

4. Ku kolesu s polomerom r , ktoré sa otáča uhlovou rýchlosťou ω_0 okolo osi, pritlačíme radiálnou silou N brzdu. Za čas t sa koleso trením zastaví. Aký je koeficient trenia, keď moment zotrvačnosti kolesa je J ? ($\mu = J\omega_0/Nrt$)

5. Motocyklista môže na rovnej dráhe (nie naklonenej) urobiť zákrutu s polomerom $r_1 = 10$ m ešte rýchlosťou $v_1 = 20$ km/h, aby sa práve nešmykol. Akou najmenšou rýchlosťou v_2 sa musí pohybovať na vnútornej kolmej stene kruhového valca s polomerom $r_2 = 5$ m z toho istého materiálu ako rovná dráha, aby opisoval horizontálnu dráhu bez toho, aby sa zošmykol? ($v_2 = 45$ km/h)

5. PRUŽNOSŤ A PEVNOSŤ TUHÝCH LÁTOK

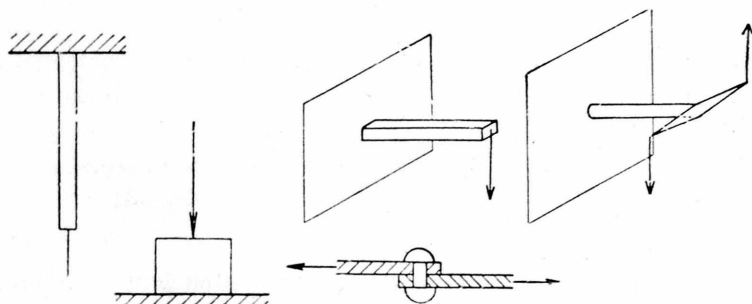
5.1. Všeobecné vlastnosti tuhých látok. V predchádzajúcich článkoch sme sa zaoberali pohybom a podmienkami rovnováhy pevných telies, o ktorých sme predpokladali, že ich tvar a objem sa za účinku vonkajších síl vôbec nemenia. Takéto telesá sme nazvali dokonale tuhými. Skutočné pevné telesá nie sú však nikdy dokonale tuhé. Skutočné pevné teleso za účinku vonkajších síl mení vo všeobecnosti svoj objem aj svoj tvar; hovoríme, že sa *deformuje* (pretvára). Keď je účinok vonkajších síl zrušený, nadobúda teleso objem a tvar, ktoré sa od pôvodného objemu a tvaru líšia niekedy len nepozorovateľne málo. Teleso, ktoré túto vlastnosť prejavuje v plnej miere, volá sa *dokonale pružné* (*elastické*). Teleso, ktoré zachováva úplne svoj deformovaný tvar, nazýva sa dokonale *nepružné* (*plastické*). Skutočné pevné telesá sú však len viac alebo menej pružné. Veľmi pružná je napríklad oceľ a skoro nijakú pružnosť nemá modelárska hlina.

Skutočné pružné pevné teleso, ak bolo deformované, po zrušení vonkajších síl nadobúda svoj pôvodný objem a tvar obyčajne len čiastočne. Jeho deformáciu môžeme preto považovať za súčet deformácie *elastickej*, ktorá sa po odstránení vonkajších síl stratí, a *plastickej*, ktorá ostáva. Za mieru pružnosti pevných telies sa berie podiel deformácie elastickej a celkovej. Tento podiel závisí však od veľkosti vonkajších síl použitých na deformáciu telesa. Pri

dostatočne malých silách sa každé pevné teleso správa ako prakticky dokonale pružné, nevykazuje trvalú deformáciu. Za účinku väčších síl sa však telesá správajú už len ako nedokonale pružné, časť ich deformácie ostáva, a za účinku veľmi veľkých síl sa súvislosť telesa poruší, teleso sa pretrhne, rozdrví, zlomí.

Ak na pevné teleso v určitom okamihu začnú účinkovať vonkajšie sily, najväčšia časť príslušnej deformácie telesa nastane síce ihneď, niekedy sa však deformácia telesa ešte po nejaký čas ďalej zväčšuje. Keď naopak vonkajšie sily prestanú na teleso pôsobiť, opakuje sa podobný jav, časť elastickej deformácie sa stratí hneď po odstránení vonkajších síl, deformácia telesa sa však ešte ďalej znižuje. Toto pomalé ustalovanie sa konečného tvaru a rozmerov pružných telies sa volá *dopružovanie*.

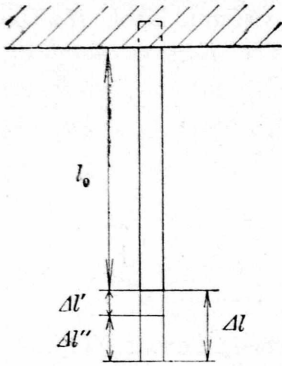
V rozsahu prakticky dokonalej pružnosti platí pre väčšinu látok *Hookov zákon*: *Deformácia pružných telies je úmerná účinkujúcim silám* (a naopak). Pri niektorých látkach prestáva však platnosť Hookovho zákona úmernosti medzi silou a príslušnou deformáciou ešte v rozsahu ich prakticky dokonalej pružnosti (liatina, mramor, betón).



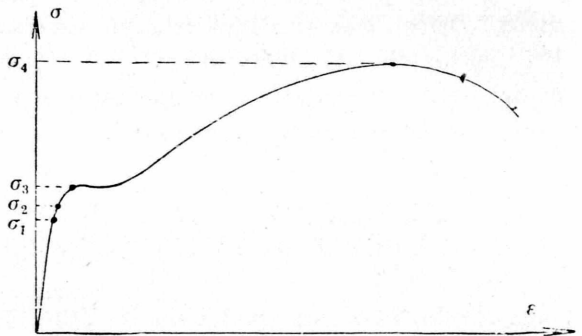
Obr. 5.1

Telesá možno podrobovať účinkom vonkajších síl rôznym spôsobom. Význačné druhy namáhania sú: namáhanie ťahom, tlakom, ohybom, krútením a šmykom (*obr. 5.1*). Opísané vlastnosti pružných telies možno najlepšie pozorovať pri namáhaní ťahom, napríklad pri napínaní tyče alebo drôtu zhotoveného z dostatočne pružného materiálu. Keď takýto drôt upevníme podľa *obr. 5.2* a zatažíme silou P , jeho dĺžka, pôvodne l_0 , zväčší sa o Δl . Po odstránení sily P , ak bola dost veľká, drôt nenadobudne svoju pôvodnú dĺžku l_0 , ale táto je $l = l_0 + \Delta l'$. Trvalé zväčšenie dĺžky $\Delta l'$ predstavuje trvalú deformáciu drôtu, t. j. jeho plastickú deformáciu. Rozdiel $\Delta l'' = \Delta l - \Delta l'$ je jeho elastickej deformácia. Miera pružnosti je podiel $\frac{\Delta l''}{\Delta l} = \frac{\Delta l''}{\Delta l' + \Delta l''}$, ktorý sa pri dokonale pružnej deformácii ($\Delta l' = 0$) rovná 1.

Napätím drôtu (všeobecnú definíciu napätia v deformovanom pružnom telese podáme v nasledujúcom článku) nazývame silu, ktorá pripadá na plošnú jednotku jeho prierezu, a *pomerným* alebo *relatívnym predĺžením* podiel $\Delta l/l_0$. Namiesto toho, aby sme stále zväčšovali zataženie drôtu a určovali príslušné predĺženie, ako je to znázornené na obr. 5.2, správanie sa drôtu pri väčších zataženiach pohodlnejšie môžeme sledovať pomocou zariadenia, ktoré umožňuje zväčšovať ako nezávisle premennú veličinu dĺžku a merať na to potrebné napätie. Príkladom závislosti napätia σ od relatívneho predĺženia ε je diagram na obr. 5.3, ktorý vyjadruje, ako sa správa tyč z mäkkej ocele v celom rozsahu svojich deformácií až po pretrhnutie.



Obr. 5.2



Obr. 5.3

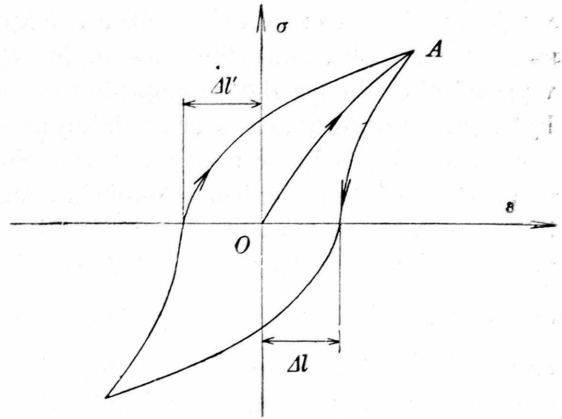
Napätie σ_1 , ktoré je ešte úmerné relatívnemu predĺženiu ε , volá sa *medza úmernosti*. Napätie σ_2 , až po ktoré je trvalé predĺženie tyče zanedbateľne malé (0,01—0,003 %), je *medza pružnosti*. Pokiaľ napätie tyče neprekročilo túto hranicu, pri zmenšovaní relatívneho predĺženia závisí od neho rovnako ako pri jeho predehádzajúcom zväčšovaní. Nad medzou pružnosti je *medza priťažnosti* (*medza klzu*) σ_3 . Dotyčnica krivky v tomto bode je skoro vodorovná, čo znamená, že ďalšie zväčšovanie dĺžky tyče zväčšuje jej napätie zo začiatku len veľmi málo. Pri tomto napätí sa vlastnosti materiálu tyče začínajú meniť a materiál tyče sa spevňuje. To umožňuje ďalej zväčšovať napätie až po *medzu pevnosti* σ_4 . Po dosiahnutí tohto napätia prierez tyče v niektorom mieste sa začne nápadne zužovať, takže na pôvodný prierez počítané napätie sa znižuje a tyč sa nakoniec pretrhne.

Pri zmenšovaní napätia, ktoré prekročilo medzu pružnosti, avšak nedosiahlo medzu pevnosti, dĺžka tyče sa nezmenšuje podľa pôvodného diagramu, ale pozdĺž inej čiary. Podobne sa správa pružné teleso aj pri namáhaní v tlaku. Preto pri striedavom namáhaní dosť krátkej tyče (aby za tlaku nedošlo k ohybu)

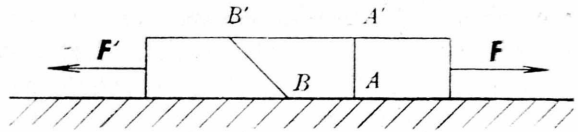
v ťahu a v tlaku až nad medzu pružnosti získame diagram znázornený zväčšene na obr. 5.4. Úsek OA (*panenská krivka*) zodpovedá prvému namáhaniu v ťahu. Keď tento ťah zrušíme, tyč sa skráti pozdĺž inej krivky a pri nulovom napätí má tyč trvalú deformáciu ťahom Δl , ktorá sa odstráni až dostatočne veľkým tlakom. Ďalšie zväčšovanie tlaku (napätie za tlaku berieme so záporným znamienkom) má za následok zápornú deformáciu a po zmenšení tlaku na nulu ostáva trvalá deformácia tlakom $\Delta l'$ atď. Uzavretá krivka znázorňujúca závislosť napätia od deformácie sa volá *hysterézná slučka*.

Jej plocha vyjadruje prácu prepočítanú na jednotkový prierez deformácií podrobnejšieho nedokonale pružného telesa a má za následok jeho ohrievanie.

V nasledujúcich článkoch budeme sa zaoberať najprv len správaním sa pružných telies, za účinku síl nepresahujúcich medze pružnosti a dosť malých, aby aj Hookov zákon bol stále splnený.



Obr. 5.4



Obr. 5.5

5.2. Tenzor napätia a deformácie. Majme na mysli rovnorodý hranol zhotovený z pružného materiálu, spočívajúci na vodorovnej ploche (obr. 5.5), a neprihliadajme k jeho tiaži a teda ani k reakcii jeho podložky. Ak na hranol neúčinkuje nijaká sila, hranol je v pokoji. Nepohybuje sa teda ani jeho časť, ktorá je napríklad vpravo od myšlieného rezu AA' (alebo BB'). To však — keďže na hranol ako celok neúčinkuje nijaká vonkajšia sila — znamená, že ani materiál hranola, ktorý je vľavo od rezu AA' , neúčinkuje nijakou silou na materiál, ktorý je vpravo od tohto rezu, lebo inakšie by nastal pohyb tejto časti. V reze AA' niet teda za týchto okolností nijakého silového pôsobenia. Keď však hranol podrobíme pôsobeniu vonkajších síl F a F' , ktoré ho napríklad len napínajú, no nevyvolávajú nijaký pohyb hranola, časť hranola, ktorá je vpravo (a pochopiteľne aj vľavo) od rezu AA' , bude zase v pokoji. Na túto časť účinkuje však teraz vonkajšia sila F . Pretože pohyb opäť nevzniká, musíme usudzovať, že teraz časť hranola, ktorá je vľavo od rezu AA' , účinkuje cez