

Preto, ak napíšeme

$$\omega = \frac{sv^2}{2d} \cdot \frac{\varphi(d, s, \mu, v)}{sv^2/2d} = \frac{sv^2}{2d} f(d, s, \mu, v)$$

funkcia  $f(d, s, \mu, v)$  bude veličinou bezrozmernou, takže jej číselná hodnota nebude závisieť od voľby sústavy jednotiek. Ak budeme o nej predpokladať, že má tvar súčinu mocnín premenných  $d, s, \mu, v$  a bezrozmernej číselnej konštanty  $A$ , môžeme napísať dimenzionálnu rovnicu

$$[d]^x [s]^y [\mu]^z [v]^u = 1$$

alebo

$$\text{cm}^x (\text{gcm}^{-3})^y (\text{cm}^2\text{s}^{-1})^z (\text{cms}^{-1})^u = 1$$

t. j. rovnicu

$$g^y \text{cm}^{x-3y+2z+u} \text{s}^{-z-u} = 1$$

podľa ktorej musí byť  $y = 0, x - 3y + 2z + u = 0, -z - u = 0$ , teda  $x = -z, y = 0, u = -z$ . Podľa týchto výsledkov funkcia  $f(d, s, \mu, v)$  má tvar  $f(d, s, \mu, v) = A \left( \frac{\mu}{vd} \right) = AR^{-z} = h(R)$ , kde  $R = \frac{vd}{\mu}$  je Reynoldsovo číslo, takže

$$\omega = \frac{sv^2}{2d} h \left( \frac{vd}{\mu} \right)$$

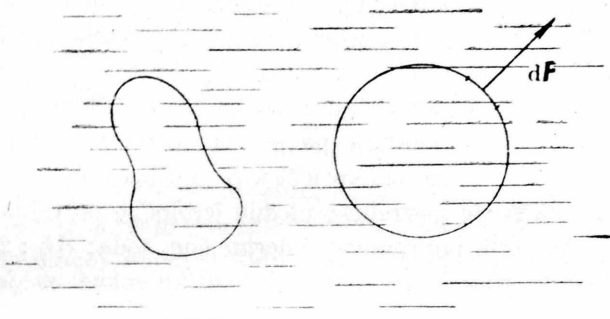
**7.8. Povrchové napätie kvapalín.** Z tvarovej nestálosti kvapalín vyplýva, že na rozdiel od látok pevných molekuly kvapalín nemajú určitú vzájomnú polohu. Na druhej strane malá stlačiteľnosť a v porovnaní s plynmi veľká hustota kvapalín dokazujú, že stredné hodnoty vzájomných vzdialeností molekúl v kvapalinách sú napriek tomu malé, takže príťažlivé sily, ktoré medzi nimi pôsobia, tzv. *kohézne sily*, sú veľké. Tieto príťažlivé sily spolu s neurčitostou vzájomnej polohy molekúl kvapaliny zapríčiňujú, že najmä malé množstvá kvapaliny, keď to na kvapalinu súčasne účinkujúce vonkajšie sily dovoľujú, dostávajú guľový tvar (kvapôčky hmly, kvapôčky emulzií olejov vo vode, kvapôčky ortuti na vodorovnej, napríklad sklenej doske a pod.), lebo guľa je teleso, v ktorom je pri danom objeme stredná hodnota vzájomnej vzdialenosti vždy dvoch a dvoch bodov najmenšia. No guľa je súčasne aj teleso, ktoré pri danom objeme má najmenší povrch. Môžeme preto povedať aj toto: Vplyvom kohéznych síl sa kvapalina usiluje dostať tvar telesa s povrchom podľa možnosti čo najmenším.

Kvapaliny sa teda správajú tak, ako keby ich povrchovou vrstvou bola veľmi tenká a napätá blana, usilujúca sa povrch kvapaliny zmenšiť, a *povrchovým napätím (kapilárnou konštantou)* sa nazýva sila účinkujúca v tejto vrstve na dĺžkovú jednotku.

Ak teda v povrchu kvapaliny na dĺžku  $ds$  z jednej jej strany účinkuje sila  $dF$ , povrchové napätie je

$$\sigma = \frac{dF}{ds}$$

V dôsledku dokonalej pohyblivosti molekúl v povrchu kvapaliny povrchové napätie je vždy kolmé na dĺžku, na ktorú pôsobí. Jeho absolútna hodnota je  $\sigma = \frac{dF}{ds}$  a v sústave *SI* jednotkou povrchového napätia je 1 newton/m.

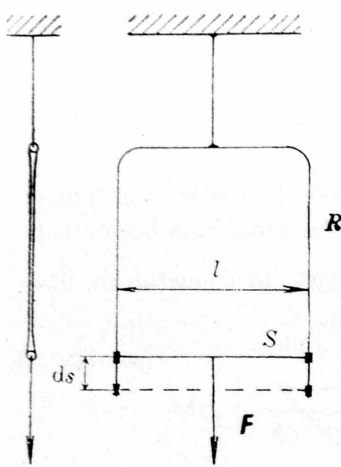


Obr. 7.24

Povrchová blana na rozhraní dvoch hmotných prostredí, napríklad na povrchu kvapaliny, ktorá sa stýka so vzduchom, je síce fyzikálnou realitou v tom zmysle, že v dôsledku nesúmernosti síl, ktoré tam pôsobia, vlastnosti blízkeho okolia rozhrania sú iné ako vo väčšej vzdialenosti, no táto blana nemá vlastnosti napríklad kaučukovej blany napätej na rám. Zatiaľ čo napätie v pružnej kaučukovej blane je tým väčšie, čím viac sme povrch blany zväčšili, povrchové napätie kvapaliny závisí len od teploty a kvality prostredí stýkajúceich sa v spoločnom povrchu, nie však od veľkosti tohto povrchu.

Povrchové napätie kvapalín sa neprejavuje len v tom, že malé množstvá kvapalín sa snažia nadobudnúť tvar gúľ, ale aj rôznym iným spôsobom.

Povrchové napätie vody je napríklad väčšie ako povrchové napätie mydlového roztoku. Preto ak na pokojnú hladinu vody v nejakej nádobe položíme opatrne slučku z bavlnenej nite a do stredu slučky kvapneme trošku mydlového roztoku, slučka sa roztiahne na presný kruh, lebo ak povrchové napätie vody je  $\sigma_0$  a povrchové napätie mydlového roztoku  $\sigma$ , dĺžkový element nite je ťahaný na vonkajšiu stranu všade rovnakou silou  $dF = (\sigma_0 - \sigma) ds$  (obr. 7.24).



Obr. 7.25

Ak povrch kvapaliny zväčšujeme, konáme prácu proti povrchovému napätíu. Ak, naopak, umožníme, aby sa povrch kvapaliny zmenšoval, prácu koná zmenšujúci sa povrch kvapaliny. V povrchu kvapaliny je teda nahromadené určité množstvo tzv. *povrchovej energie*. Súvislosť povrchového napätia s plošnou hustotou povrchovej energie názorne vyplýva z nasledujúceho jednoduchého pokusu. Keď do vodného roztoku mydla a glycerolu ponoríme obdĺžnikový rámček  $R$  (obr. 7.25) s pohyblivou priečkou  $S$ , vytvorí sa v ňom tenká kvapalinová blana s povrchovými vrstvami po oboch stranách. Preto, ak povrchové napätie použitého roztoku je  $\sigma$  a dĺžka priečky  $l$ , blana účinkuje na priečku silou  $F = 2\sigma l$ , takže pri posunutí priečky  $S$  o dĺžku  $ds$  sa vykoná práca

$dL = 2\sigma l ds$ . Na zväčšenie povrchu o plošnú jednotku potrebná práca, rovnajúca sa plošnej hustote povrchovej energie, je teda:  $dL : 2l ds = \sigma$ . Slovanami: *Plošná hustota povrchovej energie kvapaliny rovná sa jej povrchovému napätíu.*

Ak by sme v práve opísanom zariadení zmerali silu  $F$ , zo vzťahu  $F = 2\sigma l$  mohli by sme vypočítať povrchové napätie  $\sigma$ . Pomerne veľké trenie priečky  $S$  o rámček  $R$  znemožňuje však, aby meranie bolo presné. S inými metódami merania povrchového napätia sa oboznámime v čl. 7.11.

Ako príklady sú v *tabuľke 7.3* uvedené povrchové napätia niekoľkých kvapalín v styku so vzduchom pri 18 °C.

Tabuľka 7.3

## Povrchové napätie pri 18 °C

Kvapalina	$\sigma$ v dyn cm <sup>-1</sup>	Kvapalina	$\sigma$ v dyn cm <sup>-1</sup>
Éter	17	Olivový olej	33
Alkohol	22	Glycerol	66
Petrolej	26	Voda	73
Benzén	29	Ortuť	500

So stúpajúcou teplotou sa povrchové napätie kvapalín zmenšuje. Povrchové napätie vodných roztokov anorganických látok sa s rastúcou koncentráciou obyčajne zväčšuje. Naopak, mnohé organické zlúčeniny už vo veľmi malých koncentráciách značne znižujú povrchové napätie roztokov. Nazývajú sa *povrchovo* alebo *kapilárne aktívnymi*. Ich po-

merne značný vplyv na povrchové napätie aj pri malých koncentráciách je umožnený tým, že sa hromadia v povrchovej vrstve, kde pôsobia proti vzájomnej príťažlivosti molekúl vody.

**7.9. Laplaceova rovnica.** Predstavme si, že sme na konci sklenej rúrky vyfúkli mydlovú bublinu s polomerom  $R$  (obr. 7.26). Pretože sa kvapalinová blana pôsobením povrchového napätia usiluje svoj povrch zmenšiť, za rovnováhy je tlak  $p$  vo vnútri bubliny väčší než tlak  $p_0$  na vonkajšej strane. Rozdiel oboch tlakov vyplýva zo zákona o zachovaní energie.

Ak v zariadení podľa obr. 7.26 prierez valca je  $q$ , za rovnováhy sila účinkujúca na piest musí byť  $F = (p - p_0) q$ . Posunutím piesta o dĺžku  $ds$  sa vykoná práca  $dL = F ds = (p - p_0) q ds = (p - p_0) dV$ , pričom  $dV$  je súčasné zväčšenie objemu bubliny. Podľa zákona o zachovaní energie práca  $dL = (p - p_0) dV$  sa rovná zväčšeniu povrchovej energie blany  $2\sigma dS$ . Teda

$$(p - p_0) dV = 2\sigma dS$$

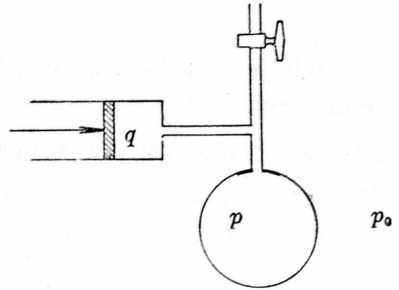
alebo

$$p - p_0 = 2\sigma \frac{dS}{dV} = 2\sigma \frac{8\pi R dR}{4\pi R^2 dR} = \frac{4\sigma}{R} \quad (1)$$

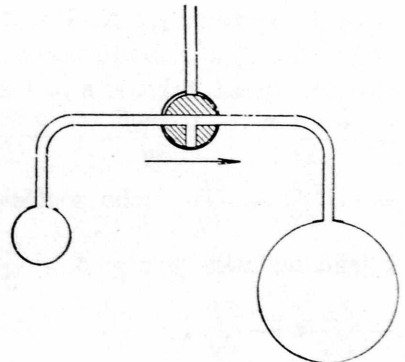
Podľa tohto výsledku tlak  $p = p_0 + \frac{4\sigma}{R}$  je väčší v bubline s menším polomerom. Dokazuje to aj tento pokus: Keď na koncoch rozvetvenej rúrky pomocou tej istej kvapaliny vytvoríme dve bubliny s rozličnými polermi, po postavení kohúta do polohy podľa obr. 7.27 menšia bublina nafukuje väčšiu.

Vzorec (1) je len zvláštnym prípadom *Laplaceovej rovnice*, ktorá vyjadruje rozdiel tlakov po oboch stranách povrchu ľubovoľného tvaru.

V rozhraní oddelujúcom dve rôzne kvapaliny, alebo kvapalinu a plyn, predstavme si čiaru v sebe uzavretú (obr. 7.28). Na povrchovú vrstvu vnútri tejto čiary účin-



Obr. 7.26



Obr. 7.27