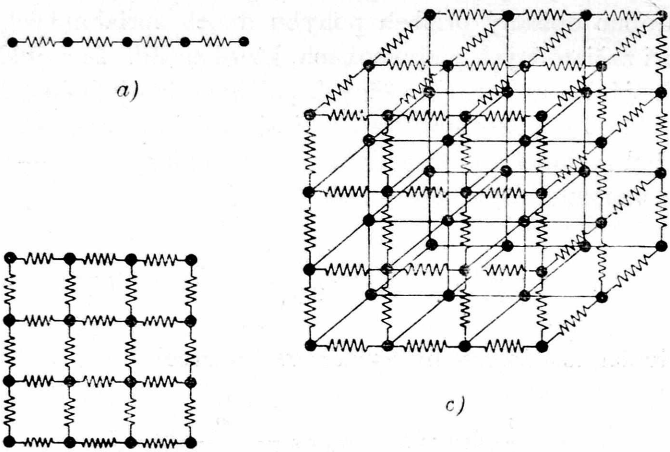
sobením väzieb medzi susednými oscilátormi sa postupne prenesie na všetky oscilátory; keď však do vhodného pohybu uvedieme súčasne niekoľko oscilátorov sústavy, môže sa stať, že niektoré oscilátory sústavy sa nezačnú pohybovať a energia ostatných sa nebude meniť.

8.2. Základné vlastnosti vlnivého pohybu. Mechanické vlastnosti pružného hmotného prostredia sa veľmi podobajú vlastnostiam trojrozmernej sústavy spriahnutých oscilátorov. Za stavu pokoja sa súčet síl, objemových a plošných, pôsobiacich na nepríliš malý objemový element hmotného prostredia rovná nule.



a) *b)* *c)*

Obr. 8.4

Keď však niektorý objemový element neohraničeného pružného hmotného prostredia alebo pružného telesa z jeho rovnovážnej polohy prudko a do malej vzdialenosti vychýlime, pôvodnú rovnováhu v pružnom prostredí na jednom mieste porušíme. Za tohto stavu nielen sily účinkujúce na vychýlený objemový element, ale ani sily pôsobiace na susedné objemové elementy nie sú už v rovnováhe. Začnú sa preto pohybovať aj susedné objemové elementy a *rozruch* sa šíri určitou, vždy konečnou rýchlosťou na všetky strany.

Takéto šírenie sa rozruchu najlepšie môžeme pozorovať na pôvodne pokojnej vodnej hladine, keď sa jej na jednom mieste dotkneme, alebo hodíme na ňu malý kameň. Okolo miesta rozruchu vznikne niekoľko sústredných kruhových vĺn, ktorých polomer sa na rozsiahlej vodnej hladine s časom rovnomerne zväčšuje. Podľa tohto veľmi známeho javu šírenie sa krátkodobého alebo trvale udržiavaného rozruchu v pružnom hmotnom prostredí nazýva sa aj jeho *(postupným) vlnením*. Hovoríme, že hmotné prostredie môže byť vo *vlnivom pohybe*.

Pri vlnivom pohybe hmotného prostredia sa výchylky $\mathbf{u}$ jeho jednotlivých bodov z ich rovnovážnych polôh rovnajú funkčným hodnotám určitej tento dej opisujúcej funkcie času a miesta, $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x, y, z, t) = \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$. S ohľadom na túto okolnosť aj v bežnej reči a v prenesenom zmysle slova nazývame vlnením aj iné fyzikálne deje, keď sú charakterizované veličinou alebo veličinami, ktoré sú závislé od času a miesta. Hovoríme napríklad, že od zemského povrchu, cez deň a v noci a v rôznych ročných obdobiach rôzne ohrievaného, šíria sa do hĺbky vlny teploty, alebo že nad určitou oblasťou zemského povrchu postupuje vlna vysokého tlaku a pod.

Vlnivý pohyb hmotného prostredia môže byť veľmi rozmanitý. Závisí to od kvality, intenzity a trvania prvopočiatočného rozruchu, ale aj od stavu, vlastností a ohraničenia príslušného pružného hmotného prostredia. Ak výchylky jednotlivých elementov hmotného prostredia pri jeho vlnivom pohybe sú však a stále rovnobežné so smerom postupu vlnenia, hovoríme, že vlnenie je *pozdĺžne (longitudálne)*; keď tieto výchylky sú, naopak, na tento smer kolmé, hovoríme, že vlnenie je *priečne (transverzálne)*.

Keď pri vlnivom pohybe hmotného prostredia výchylka $\mathbf{u}$ okrem od času t závisí len od jednej priestorovej súradnice, napr. od súradnice x, takže je $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x, t)$, hovoríme, že vlnenie je jednorozmerné. Vlnenie nazývame dvojrozmerným, keď je $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x, y, t)$ a trojrozmerným, keď je $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x, y, z, t)$.

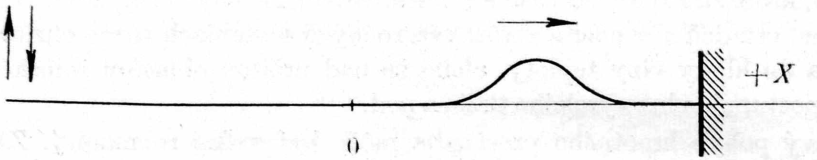
Po stránke svojho matematického vyjadrenia nepochybne najjednoduchšie je jednorozmerné vlnenie, postupujúce napr. po pružnej hmotnej úsečke, strune, oceľovej tyči alebo vo vzdušnom stĺpci.

Veľmi ľahko môžeme takýto dej názorne uskutočniť pomocou kaučukovej hadice, ktorú položíme na dlhý experimentálny stôl a jeden koniec hadice vhodne upevníme. Keď po malom napnutí hadice druhý jej koniec rýchle zdvihneme a opäť položíme na stôl, od miesta začiatočného rozruchu rozbehne sa po hadici priečna vlna. Pri tomto jave jednotlivé dĺžkové elementy hadice v ideálnom prípade (netlmené vlnenie) sa rovnako pohybujú, avšak s určitým časovým oneskorením.

Nech je os X daná pokojovou polohou hadice, jej začiatok nech splýva napr. so stredom hadice a os nech je orientovaná smerom k upevnenému koncu hadice. V tom prípade vlna postupuje v kladnom smere osi X *(obr. 8.5)* a oneskorenie výchylky dĺžkového elementu hadice vzhľadom na pohyb jej stredu je $t' = \dfrac{x}{v}$, kde v je rýchlosť postupu vlny. Veľkosť výchylky ako funkcie času a miesta v prípade netlmeného vlnenia je preto daná výrazom

$$u_1 = f\left(t - \frac{x}{v}\right) \tag{1}$$

pričom $f\left(t - \frac{x}{v}\right)$ môže byť akákoľvek funkcia premennej $p = t - \frac{x}{v}$ a $u_0 = f(t)$ je zrejme vyjadrenie pohybu toho bodu hadice, ktorý sme stotožnili so začiatkom osi X.



Obr. 8.5

Pri postupe vlny proti orientácii osi X (druhý koniec hadice je upevnený) výchylka dĺžkového elementu hadice predbieha pohyb jej stredu a je určená výrazom

$$u_2 = f\left(t + \frac{x}{v}\right) \tag{2}$$

Odvodíme teraz parciálnu diferenciálnu rovnicu, ktorej vyhovujú obidve tieto funkcie času a miesta. Preto napíšeme:

$$u = u\left(t \mp \frac{x}{v}\right) = u(p) \tag{3}$$

Potom dostaneme:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}p^2} = u''$$

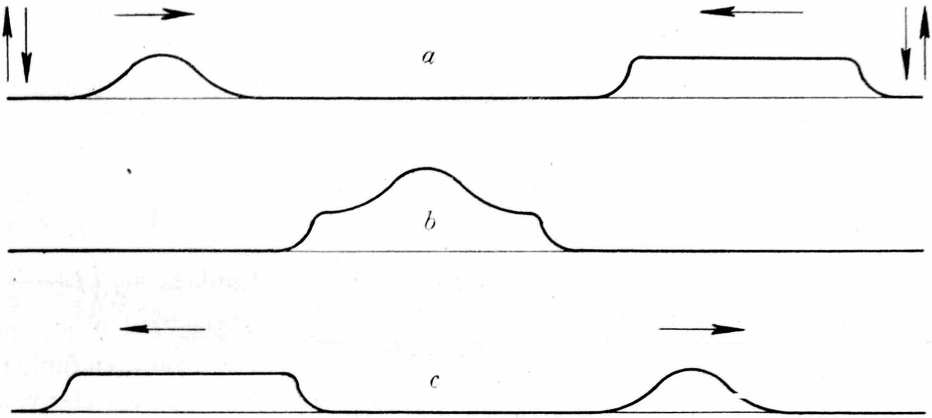
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}p^2}\left(\mp \frac{1}{v}\right)^2 = \frac{1}{v^2}\, u''$$

čo znamená, že

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{4}$$

Rovnica (4) je parciálna diferenciálna rovnica netlmeného vlnenia postupujúceho v kladnom alebo zápornom smere osi X. Keďže je prvého stupňa a v u homogénna, vyhovuje jej aj funkcia času a miesta

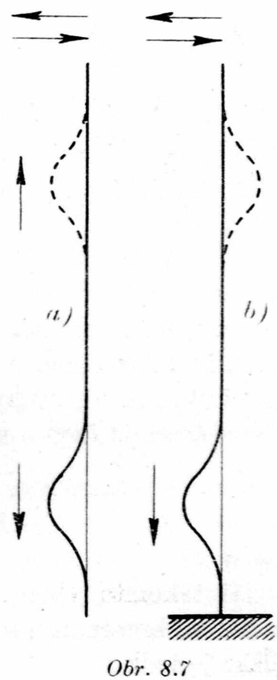
$$u = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{v}\right) \tag{5}$$



Obr. 8.6

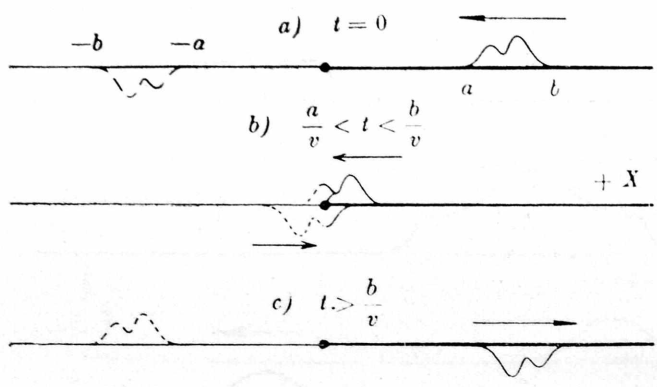
ktorá predstavuje postup dvoch vlnení v navzájom opačných smeroch pozdĺž tej istej priamky. Aj takýto dej možno ľahko uskutočniť pomocou už opísanej kaučukovej hadice *(obr. 8.6)*.

Doteraz sme sa ešte nezaoberali otázkou, čo sa stane, keď rozruch postupujúci pozdĺž hmotnej úsečky dobehne na jej koniec. Pokusmi, napr. pomocou zvisle napnutej alebo voľne visiacej kaučukovej hadice sa môžeme presvedčiť o tom, že na konci hmotnej úsečky nastane odraz rozruchu, ktorý potom postupuje pozdĺž nej rovnakou rýchlosťou, avšak v opačnom smere. Treba pritom rozlišovať dva prípady: 1. koniec hmotnej úsečky je voľný, 2. koniec hmotnej úsečky je upevnený. V prvom prípade výchylky elementov hmotnej úsečky vo vracajúcom sa rozruchu majú pôvodný smer *(obr. 8.7a)*, v druhom prípade dochádza ku zmene výchyliek na opačnú stranu *(obr. 8.7b)*. Tento poznatok platí rovnako pre priečne aj pozdĺžne rozruchy.



Obr. 8.7

Presvedčíme sa, že pri vhodnej voľbe funkcií f_1 a f_2 funkcia (5) správne vyjadruje aj jav odrazu rozruchu na konci hmotnej úsečky. Pre určitosť príslušnej úvahy majme na mysli odraz rozruchu na upevnenom konci hmotnej úsečky znázornenej na *obr. 8.8*. K tomuto bodu sprava sa blížiaci skutočný rozruch nech správne vyjadruje funk-



Obr. 8.8

cia $f\left(t + \frac{x}{v}\right)$, ktorá v čase $t = 0$ má nenulovú funkčnú hodnotu len vtedy, ak x spĺňa nerovnosti $a < x < b$ *(obr. 8.8a)*. Funkcia $-f\left(t - \frac{x}{v}\right)$ v čase $t = 0$ má potom nenulovú funkčnú hodnotu len vtedy, ak x spĺňa nerovnosti $a < -x < b$, t. j. nerovnosti $-a > x > -b$ a predstavuje približovanie sa nejestvujúceho rozruchu k upevnenému koncu hmotnej úsečky zľava. Odraz rozruchu vyjadruje teda funkcia

$$u = f\left(t + \frac{x}{v}\right) - f\left(t - \frac{x}{v}\right) \tag{6}$$

lebo pri odraze, ktorý sa odohráva v časovom intervale od $t_1 = \frac{a}{v}$ do $t_2 = \frac{b}{v}$ *(obr. 8.8b)*, oba rozruchy si vymenia úlohu. Po čase t_2 rozruch vyjadrený funkciou $f\left(t - \frac{x}{v}\right)$ sa už od pevného konca úsečky vracia a postupuje pozdĺž nej v opačnom smere *(obr. 8.8c)*. Pritom, podľa vzorca (6), výchylka ľavého konca hmotnej úsečky sa stále rovná nule.

Pri odraze na voľnom konci hmotnej úsečky treba len zmeniť znamienko v druhom člene dvojčlena na pravej strane vzorca (6).

Namiesto toho, aby sa v nejakom hmotnom prostredí šíril len krátkodobý rozruch, môže byť celé hmotné prostredie trvale vo vlnivom pohybe. Hovoríme, že v hmotnom prostredí pozdĺž osi X v ňom zvolenej postupuje harmonické vlnenie, ak výchylky jeho bodov z ich rovnovážnych polôh na tejto osi v závislosti od času a miesta sú správne vyjadrené funkciou tvaru

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_0 \sin\left[\omega\left(t \mp \frac{x}{v}\right) + \varphi\right] \tag{7}$$

Pri takomto vlnení vlnovou dĺžkou vlnenia sa volá vzdialenosť, ktorú v danom hmotnom prostredí prebehne rozruch za čas jednej periódy. Vlnová dĺžka je teda

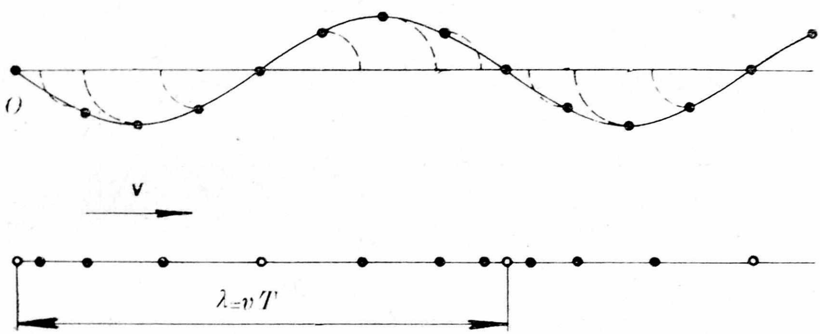
$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu} \tag{8}$$

takže je tiež $v = \nu\lambda$.

Použitím týchto vzťahov výraz (7) môžeme upraviť na tiež často používaný tvar

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi \right] \tag{9}$$

Predstavme si, že jednotlivé body priamky zvolenej v hmotnom prostredí sa pohybujú tak, že ich pohyb možno považovať za superpozíciu dvoch jednoduchých harmonických vlnení s rovnakými amplitúdami a frekvenciami.



Obr. 8.9

postupujúcich pozdĺž tejto priamky rovnakou rýchlosťou, avšak v opačných smeroch. Pretože vhodnou voľbou začiatku počítania času a začiatku súradníc na tejto priamke možno vždy docieliť, aby sa fázová konštanta φ vo vyjadreniach obidvoch týchto vlnení rovnala nule, výsledný pohyb správne vyjadruje aj súčet

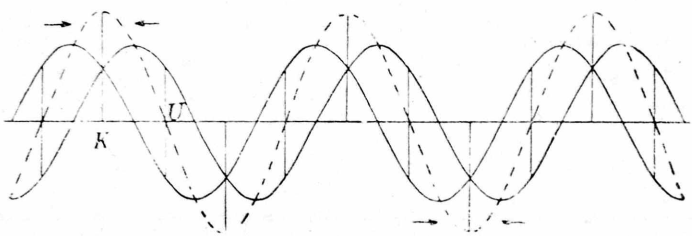
$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{u}_2 = \boldsymbol{u}_0 \left[\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \right] =$$

$$= 2\boldsymbol{u}_0 \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \frac{2\pi t}{T} = 2\boldsymbol{u}_0 \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \omega t \tag{10}$$

Podľa získaného výsledku pri tomto pohybe jednotlivé elementy hmotnej priamky konajú harmonické pohyby s rovnakou frekvenciou, amplitúda pohybu je však závislá od miesta. Pretože okrem toho susedné elementy sa pohybujú bez fázového rozdielu, vlnenie už nepostupuje, je *stojaté* a volá sa *chvenie*. Chvenie, práve tak ako postupné vlnenie, môže byť pozdĺžne aj priečne.

Tie body hmotnej priamky alebo úsečky, ktoré pri chvení sú trvale v pokoji, volajú sa *uzly*. Podľa vzorca (10) ich súradnice sú: $\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \ldots$, teda vo všeobecnosti $(2k-1)\frac{\lambda}{4}$. Medzi uzlami sú tzv. *kmitne*, miesta s najväčšími amplitúdami pohybu. Vzdialenosť dvoch susedných uzlov alebo kmitní je zrejme $\lambda/2$.

Vzájomnú polohu bodov, ktoré v pokoji boli v jednej priamke, pri najjednoduchšom harmonickom priečnom vlnení vidíme na *obr. 8.9a*, pri pozdĺžnom vlnení na *obr. 8.9b*, a to bez ohľadu na to, či je vlnenie postupné alebo stojaté. Pri priečnom vlnení striedajú sa v ňom výchylky na obidve strany, pri pozdĺžnom vlnení miesta nahustenia bodov a ich zriedenia.



Obr. 8.10

Vznik stojatého vlnenia sčítaním dvoch rovnakých vlnení postupujúcich proti sebe znázorňuje *obr. 8.10*, na ktorom sú obidve proti sebe postupujúce sústavy vĺn vyznačené súvislými čiarami, výsledné vlnenie prerušovanou čiarou pričom K znamená kmitňu a U uzol.

Môže sa stať, že pri vlnení postupujúcom v hmotnom prostredí v určitom smere jednotlivé jeho elementy nepohybujú sa v navzájom rovnobežných priamkach, ako sme to dosiaľ stále predpokladali, ale v rovinách kolmých na smer postupu vlnenia sa náhodile pohybujú s príslušným oneskorením. Takéto priečne vlnenie sa nazýva *nepolarizované*. Keď sú trajektórie týchto pohybov elipsy (kružnice), hovoríme, že vlnenie je *elipticky (kruhovo) polarizované*. Hraničným prípadom elipticky polarizovaného vlnenia je *lineárne polarizované* vlnenie, aké sme doteraz mali stále na mysli.

8.3. Chvenie struny. Struna s dĺžkou l, ktorej dĺžková jednotka má hmotnosť s, nech je napnutá medzi dvoma pevnými bodmi O a A *(obr. 8.11)* silou F. Keď strunu z jej rovnovážnej polohy vychýlime a potom pustíme, nastane tzv. *chvenie* struny. Pri chvení struny jej element dĺžky dx, teda hmotnosti