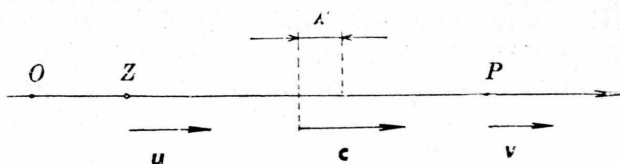


vatela k zdroju zvuku. Po západe Slnka, najmä za bezvetria a keď sú mračná nízko, môže sa však stať, že vertikálne rozloženie teploty nad zemským povrchom je opačné. V tom prípade čiary, pozdĺž ktorých sa šíri zvuková energia, sú nútené sledovať zemský povrch a zvuk sa šíri dobre aj na veľké vzdialenosti. Tento vplyv rozloženia teploty ovzdušia na šírenie sa zvuku vysvetľuje aj známy poznatok, že slabé zdroje zvuku možno niekedy počuť len v malej vzdialenosti, inokedy v podstatne väčšej.

8.9. Dopplerov jav. V predošlom článku sme sa zaoberali javmi, pri ktorých zdroj zvukového vlnenia a pozorovateľ boli v relatívnom pokoji, a vzduch, nositeľ zvukových vln, bol vzhľadom na túto dvojicu v pohybe. V tomto článku sa budeme zaoberať prípadmi opačnými. Budeme najprv predpokladať,



Obr. 8.20

že vzduch je síce vzhľadom na zemský povrch v pokoji, zato však zdroj alebo pozorovateľ, prípadne zdroj aj pozorovateľ, sa nejakým spôsobom pohybujú.

Rozriešime najprv prípad jednoduchší. Budeme predpokladať, že zdroj Z a pozorovateľ P sa pohybujú pozdĺž osi X rýchlosťami u a v , počítanými kladne v smere osi X , a že pozorovateľ v smere osi X je pred zdrojom zvuku (obr. 8.20). Rýchlosť postupu vlnenia vo vzduchu budeme označovať v tomto článku zas písmenom c .

Ak zdroj zvuku vyslal po sebe, v časovom intervale T , dva veľmi krátke zvukové signály, príslušné vlnoplochy, ktoré doháňajú pozorovateľa, pretínajú os X v bodoch, ktorých vzájomná vzdialenosť je $\lambda' = cT - uT = (c - u)T$.

Predpokladajme, že prvá z týchto dvoch vlnoploch zastihne pozorovateľa v čase t . Pretože v tomto okamihu druhá vlnoplocha doháňa ešte pozorovateľa rýchlosťou $c - v$, dohoní ho v čase $t + T'$, pričom

$$T' = \frac{\lambda'}{c - v} = \frac{c - u}{c - v} T \quad (1)$$

Ak zdroj zvuku nevyslal len dva zvukové signály, ale vysiela ich stále a v rovnakých časových intervaloch T , takže ich frekvencia je $\nu = \frac{1}{T}$, frekvencia, s ktorou ich prijíma pozorovateľ, je :

$$v' = \frac{1}{T'} = \frac{c - v}{c - u} v \quad (2)$$

Podľa tohto výsledku frekvencia prijímania signálov v' môže byť väčšia aj menšia ako frekvencia ich vysielania v . Podmienkou toho, aby bolo napríklad $v' > v$, je nerovnosť $(c - v) > (c - u)$, alebo $v < u$. Nech je l_0 vzdialenosť pozorovateľa P od zdroja Z v čase $t = 0$. V čase t je potom táto vzdialenosť $l = l_0 - (u - v)t$, takže $\frac{dl}{dt} = v - u$.

Ak teda chceme, aby frekvencia v' bola väčšia ako frekvencia v , musí byť $\frac{dl}{dt} <$

< 0 , čiže vzdialenosť medzi zdrojom a pozorovateľom sa musí s časom zmenšovať.

Teraz sa budeme zaoberať prípadom všeobecnejším. Budeme predpokladať, že v čase $t = 0$ zdroj Z a pozorovateľ P boli v náhodilej vzájomnej polohe, určenej polohovým vektorom $\mathbf{R}_0$ (obr. 8.21), a že ich rýchlosti $\mathbf{u}$ a $\mathbf{v}$ majú ľubovoľné smery. Okrem toho budeme predpokladať, že zdroj Z v čase $t = 0$ a v čase $t = T$ vyslal dva veľmi krátke zvukové signály. V okamžiku prijatia prvého signálu, t_1 , polohový vektor pozorovateľa vzhľadom na miesto vyslania tohto signálu je $\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 + \mathbf{v}t_1$, takže

$$|\mathbf{R}_0 + \mathbf{v}t_1| = ct_1$$

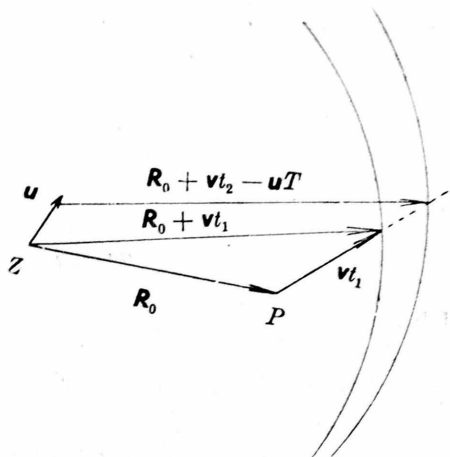
V okamihu prijatia druhého signálu, teda v čase t_2 , polohový vektor pozorovateľa vzhľadom na miesto vyslania tohto druhého signálu je $\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 + \mathbf{v}t_2 - \mathbf{u}T$, takže

$$|\mathbf{R}_0 + \mathbf{v}t_2 - \mathbf{u}T| = c(t_2 - T)$$

Za predpokladu, že rýchlosti $\mathbf{u}$ a $\mathbf{v}$ sú pomerne malé, z predchádzajúcich dvoch rovníc dostávame postupne približne platné vzťahy:

$$ct_1 \doteq \sqrt{R_0^2 + 2\mathbf{R}_0 \cdot \mathbf{v}t_1} = R_0 \sqrt{1 + \frac{2\mathbf{v}'t_1}{R_0}} \doteq R_0 \left(1 + \frac{\mathbf{v}'t_1}{R_0}\right) = R_0 + \mathbf{v}'t_1$$

$$\begin{aligned} c(t_2 - T) &\doteq \sqrt{R_0^2 + 2\mathbf{R}_0 \cdot \mathbf{v}t_2 - 2\mathbf{R}_0 \cdot \mathbf{u}T} = R_0 \sqrt{1 + \frac{2\mathbf{v}'t_2}{R_0} - \frac{2\mathbf{u}'T}{R_0}} \doteq \\ &\doteq R_0 \left(1 + \frac{\mathbf{v}'t_2}{R_0} - \frac{\mathbf{u}'T}{R_0}\right) = R_0 + \mathbf{v}'t_2 - \mathbf{u}'T \end{aligned}$$



Obr. 8.21

v ktorých u' a v' sú veľkosti priemetov rýchlostí $\mathbf{u}$ a $\mathbf{v}$ do smeru vektora $\mathbf{R}_0$. Z týchto dvoch rovníc vyplýva:

$$t_1 = \frac{R_0}{c - v'}, \quad t_2 = \frac{R_0 + cT - u'T}{c - v'}$$

teda

$$T' = t_2 - t_1 = \frac{c - u'}{c - v'} T \quad (3)$$

alebo

$$v' = \frac{c - v'}{c - u'} v \quad (4)$$

Pri odvodzovaní vzorca (4) rýchlosti $\mathbf{u}$ a $\mathbf{v}$ boli rýchlosti zdroja zvuku a pozorovateľa vzhľadom na zemský povrch. Ale keďže podľa predpokladu vzduch ako celok bol vzhľadom na Zem v pokoji, boli to súčasne rýchlosti vzhľadom na vzduch. Pretože pri šírení sa vlnenia vo vzduchu význačným súradnicovým systémom je systém na vzduch ako celok viazaný, v prípade, že by vzduch nebol vzhľadom na zemský povrch v pokoji, ale sa pohyboval rýchlosťou $\mathbf{w}$, za rýchlosti $\mathbf{u}$ a $\mathbf{v}$ bolo by treba písať rozdiely $\mathbf{u} - \mathbf{w}$ a $\mathbf{v} - \mathbf{w}$. Vzorec (4) sa tým zovšeobecňuje na tvar

$$v' = \frac{c + w' - v'}{c + w' - u'} v \quad (5)$$

v ktorom w' je veľkosť projekcie rýchlosti $\mathbf{w}$ do smeru spojnice $\overline{ZP} = \mathbf{R}_0$. Podľa tohto vzorca samotný pohyb ovzdušia nemá vplyv na prijímanú frekvenciu (samotný vietor nemá vplyv na kvalitu hudby).

Všimnime si, že vzorec (4) sa od vzorca (2) líši len v tom, že v ňom namiesto veľkostí rýchlostí sú veľkosti ich projekcií do smeru spojnice zdroja a pozorovateľa. O tom teda, či frekvencia v' je väčšia alebo menšia ako frekvencia v , rozhoduje len to, či sa vzdialenosť medzi zdrojom a pozorovateľom zmenšuje alebo zväčšuje. Keďže však vzorce (2) a (4) nie sú v rýchlostiach u a v , resp. u' a v' súmerné, prijímaná frekvencia nie je závislá len od relatívnej rýchlosti pozorovateľa a zdroja zvuku, ale od rýchlosti zdroja a od rýchlosti pozorovateľa vzhľadom na ovzdušie samostatne, takže napríklad približovanie sa zdroja k pozorovateľovi má na prijímanú frekvenciu iný vplyv, než približovanie sa pozorovateľa k zdroju.

Príklad 1. Lietadlo, ktoré letí nízko nad zemským povrchom rýchlosťou $v = 360 \text{ km/h} = 100 \text{ m/s}$, blíži sa k určitému bodu na Zemi. Vypočítame frekvenciu vnímaného zvuku v' : a) keď zdroj zvuku s frekvenciou v je na zemi v pokoji a pozorovateľ

je v lietadle, a b) keď je to obrátene. Pre jednoduchosť pre rýchlosť zvuku vo vzduchu budeme písať približne $c = 300 \text{ m/s}$.

V prvom prípade $u = 0$, $v = -100 \text{ ms}^{-1}$, a teda

$$v'_1 = \frac{300 + 100}{300} v = \frac{4}{3} v$$

avšak v druhom prípade $u = 100 \text{ ms}^{-1}$ a $v = 0$, takže

$$v'_2 = -\frac{300}{300 - 100} v = -\frac{3}{2} v$$

Podiel $v'_2 : v'_1 = \frac{3}{2} : \frac{4}{3} = -\frac{9}{8}$ značí, že tieto frekvencie v'_2 a v'_1 tvoria veľkú hudobnú sekundu (čl. 9.4).

Vplyv relatívnej rýchlosti zdroja a pozorovateľa vzhľadom na ovzdušie na frekvenciu prijímaného zvuku odvodil Christian Doppler r. 1842, profesor na vtedajšej pražskej technickej škole. Podľa jeho mena zákonitosť vyjadrená vzorcami (2), (4) a (5) sa nazýva *Dopplerov princíp*. Dopplerov princíp má veľký význam najmä v astronómii a astrofyzike, lebo pomocou neho zo zmeny rôznym spektrálnym čiaram prislúchajúcich frekvencií svetelných kmitov možno určovať, akou rýchlosťou sa aj veľmi vzdialené hviezdy alebo hmloviny k Zemi približujú, alebo od nej vzdalujú.

8.10. Interferencia vlnení. Už v čl. 8.3 sme zistili, že napríklad po strune môžu proti sebe postupovať súčasne dve vlnenia, pričom výchylka ľubovoľného elementu struny z jeho rovnovážnej polohy v každom čase sa rovná súčtu tých výchylek, ktoré by nastali, keby po strune postupovalo vždy len jedno vlnenie. To isté platí aj pre pružnú tyč a vzdušný stĺpec vo valci. Je to dôsledok toho, že príslušné diferenciálne rovnice sú vo všetkých troch prípadoch, ktorými sme sa zaoberali, homogénne a prvého stupňa. *Skladanie dvoch* alebo aj *väčšieho počtu vlnení*, pričom sa výsledná výchylka (alebo aj iná veličina charakterizujúca tento dej) rovná súčtu výchylek (príslušných iných veličín) v jednotlivých čiastočných vlneniach, nazýva sa podľa Fresnela¹⁾ *interferencia (kríženie)* vlnení. Vieme už, že interferenciou dvoch inakšie rovnakých, avšak s rovnakou rýchlosťou proti sebe postupujúcich harmonických vlnení vzniká vlnenie stojaté, chvenie.

Pretože diferenciálne rovnice vlnení postupujúcich v neohraničených alebo ľubovoľne ohraničených prostrediach sú všetky tiež homogénne a prvého

¹⁾ Augustin Jean Fresnel (1788–1827), francúzsky fyzik, ktorý sa prevažne zaoberal fyzikálnou optikou, najmä interferenciou, polarizáciou, dvojlomom a ohybom svetla. Štúdium týchto javov priviedlo ho k poznaniu, že svetlo je priečne vlnenie.