Z porovnania obidvoch týchto vyjadrení sily f dostávame rovnicu

$$\frac{Q}{\varepsilon} = \frac{Q - Q'}{\varepsilon_0}$$

z ktorej (pre $Q > 0$) vyplýva:

$$Q' = Q - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} Q = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon} Q = \frac{\varkappa}{\varepsilon} Q < Q$$

lebo $\varkappa = \varepsilon - \varepsilon_0 < \varepsilon$.

Predstavme si ešte, že voľný náboj Q sa nachodí v dielektriku na povrchu osamotenej gule s nejakým malým polomerom. Rozdelením rovnice $-Q' = -\frac{\varkappa}{\varepsilon} Q$ povrchom tejto gule dostaneme vzťah medzi plošnou hustotou σ voľného elektrického náboja na povrchu gule a plošnou hustotou σ' náboja polarizáciou vzniknutého,

$$\sigma' = -\frac{\varkappa}{\varepsilon} \sigma \tag{11}$$

Podľa Coulombovej vety (1.6.1), odvodenej v čl. 1.6, pre rozhranie vodiča a vákua, a s použitím výsledku (11) pre veľkosť intenzity elektrického poľa tesne pri povrchu gule s nábojom Q môžeme písať:

$$E = \frac{\sigma + \sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma - \frac{\varkappa}{\varepsilon}\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \tag{12}$$

Je zrejmé, že vzťah (12) má platnosť všeobecnú. Je to *Coulombova veta zovšeobecnená* pre prípad rozhrania vodiča a ľubovoľného izotropného nevodiča. Vyjadruje veľkosť intenzity elektrického poľa tesne pri povrchu vodiča v mieste, kde sa vodič stýka s izotropným nevodičom, ktorého permitivita je ε. Použitím zovšeobecnenej Coulombovej vety vzťah (11) môžeme upraviť takto:

$$\sigma' = -\frac{\varkappa}{\varepsilon} \sigma = -\varkappa E = -\varkappa \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{P} \tag{13}$$

kde $\mathbf{P}$ je vektor polarizácie nevodiča a $\mathbf{n}$ jednotkový, na povrch vodiča kolmý vektor, orientovaný do nevodiča.

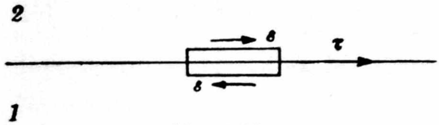
1.10. Lom siločiar na rozhraní dvoch izotropných nevodičov. V rovine, ktorá je na rozhranie dvoch izotropných nevodičov kolmá, zvoľme si nízky obdĺžnik veľmi malých rozmerov, zasahujúci do obidvoch prostredí, ako je to znázornené na *obr. 1.20.* Jeho základňa nech je s. Vektory intenzity elektrostatického poľa po obidvoch stranách rozhrania nech sú $\mathbf{E}_1$ a $\mathbf{E}_2$. Tangenciálny jednotkový vektor, rovnobežný s priamkou, v ktorej rovina obdĺžnika pretína rozhranie, nech je $\boldsymbol{\tau}$. Pretože dráhový integrál vektora $\boldsymbol{E}$ v elektrostatickom poli pozdĺž ľubovoľnej v sebe uzavretej dráhe sa rovná nule, nule sa rovná aj pozdĺž obvodu nášho obdĺžnika, keď ho obiehame v ľubovoľne zvolenom zmysle. Vektory $\boldsymbol{E}_1$ a $\boldsymbol{E}_2$ po obidvoch stranách rozhrania splňujú teda rovnicu

$$\boldsymbol{E}_1 \,.\, (-s\boldsymbol{\tau}) + \boldsymbol{E}_2 \,.\, (s\boldsymbol{\tau}) = 0$$

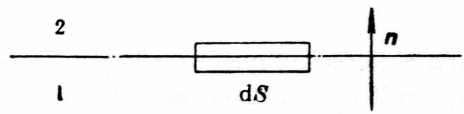
lebo príslušné príspevky bočných strán obdĺžnika sa vzájomne rušia. Jednoduchou úpravou tejto rovnice dostávame rovnicu

$$\boldsymbol{E}_1 \,.\, \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{E}_2 \,.\, \boldsymbol{\tau} \tag{1}$$

podľa ktorej, keďže tangenciálny jednotkový vektor $\boldsymbol{\tau}$ v tomto vzťahu možno v rozhraní ľubovoľne voliť, *tangenciálne zložky* vektora *intenzity* elektrostatického poľa sú po obidvoch stranách rozhrania dvoch nevodičov *rovnaké.*



Obr. 1.20.



Obr. 1.21.

Namiesto obdĺžnika majme teraz na mysli nízky valec zostrojený nad elementárnou plôškou v rozhraní dS, zasahujúci tiež do obidvoch prostredí (*obr. 1.21*). Jednotkový vektor na rozhranie kolmý a smerujúci napríklad do druhého prostredia nech je $\boldsymbol{n}$. Za predpokladu, že v rozhraní nie je nijaký voľný plošný elektrický náboj, podľa rovnice (1.9.5) výtok vektora $\boldsymbol{D}$ znútra na vonkajšiu stranu nášho valčeka sa rovná nule. Je teda správna rovnica

$$-\boldsymbol{n}\, \mathrm{d}S \,.\, \boldsymbol{D}_1 + \boldsymbol{n}\, \mathrm{d}S \,.\, \boldsymbol{D}_2 = 0$$

ebo príslušné príspevky bočných stien valčeka sa vzájomne tiež rušia. Rovnici (1) podobná rovnica

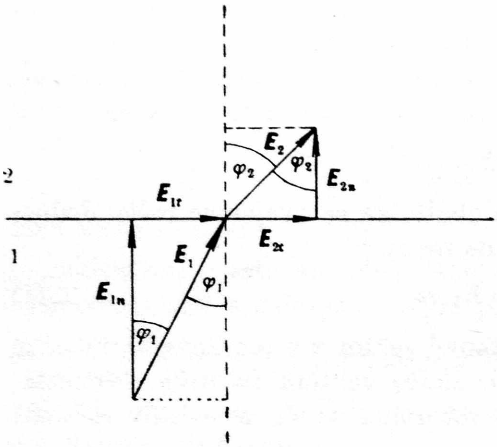
$$\boldsymbol{D}_1 \,.\, \boldsymbol{n} = \boldsymbol{D}_2 \,.\, \boldsymbol{n} \tag{2}$$

hovorí, že *normálne zložky vektora indukcie* v elektrost atickom poli po obidvoch stranách rozhrania dvoch nevodičov *sú rovnaké.*

Rovnice (1) a (2) umožňujú odvodiť zákon zmeny smeru (lomu) siločiar v elektrickom poli pri ich prechode cez rozhranie dvoch izotropných nevodičov, ktorých permitivity sú ε_1 a ε_2. Podľa *obr. 1.22* je

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = E_{2t} : E_{2n} = E_{2t} : \frac{D_{2n}}{\varepsilon_2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = E_{1t} : E_{1n} = E_{1t} : \frac{D_{1n}}{\varepsilon_1}$$



Obr. 1.22.

teda

$$\frac{\operatorname{tg}\varphi_2}{\operatorname{tg}\varphi_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \tag{3}$$

Podľa tohto výsledku pri prechode do nevodivého prostredia s väčšou permitivitou nastáva lom elektrických siločiar od kolmice.

Podľa Gaussovej vety (1.3.5), keď ju aplikujeme na valček znázornený na *obr. 1.21*, je správna rovnica

$$-\mathbf{n}\,\mathrm{d}S \,.\, \mathbf{E}_1 + \mathbf{n}\,\mathrm{d}S \,.\, \mathbf{E}_2 = \frac{\sigma'\,\mathrm{d}S}{\varepsilon_0}$$

t. j. rovnica

$$\mathbf{n} \,.\, \varepsilon_0(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = \sigma' \tag{4}$$

kde σ' je plošná hustota náboja, ktorý sa na rozhraní dvoch nevodičov mohol vytvoriť len ich polarizáciou.

Rovnicu (2), keď si uvedomíme, že $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$, môžeme upraviť na tvar

$$\mathbf{n} \,.\, \varepsilon_0(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = -\mathbf{n} \,.\, (\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1) \tag{5}$$

Z porovnania rovníc (4) a (5) dostávame vyjadrenie plošnej hustoty náboja vzniknutého na rozhraní dvoch nevodičov ich polarizáciou:

$$\sigma' = -\mathbf{n} \,.\, (\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1) \tag{6}$$

kde $\mathbf{n}$ je jednotkový vektor na rozhranie kolmý a smerujúci na stranu druhého prostredia. Plošná hustota σ' je samozrejme súčet plošných hustôt

$$\sigma_1' = +\mathbf{n} \,.\, \mathbf{P}_1 = -\mathbf{n}_1 \,.\, \mathbf{P}_1 \quad \text{a} \quad \sigma_2' = -\mathbf{n} \,.\, \mathbf{P}_2 = -\mathbf{n}_2 \,.\, \mathbf{P}_2 \tag{7}$$

vzniknutých polarizáciou obidvoch stýkajúcich sa nevodičov, pričom jednotkové vektory $\mathbf{n}_1$ a $\mathbf{n}_2$ smerujú od rozhrania do príslušných prostredí.

Vzorec (4) môžeme upraviť takto:

$$\sigma' = \mathbf{n} \,.\, \varepsilon_0(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = \mathbf{n} \,.\, \varepsilon_0\left(\frac{\mathbf{D}_2}{\varepsilon_2} - \frac{\mathbf{D}_1}{\varepsilon_1}\right) = D_n\varepsilon_0\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1\varepsilon_2} \tag{8}$$

lebo podľa rovnice (2) $\mathbf{n} \,.\, \mathbf{D}_2 = \mathbf{n} \,.\, \mathbf{D}_1 = D_n$. Predpokladajme, že je $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Podľa posledného výsledku, ak indukčná čiara prechádza cez rozhranie do prostredia s väčšou permitivitou, je $\sigma' < 0$, lebo v tom prípade následkom už zvoleného smeru vektora $\mathbf{n}$ je $D_n > 0$. V opačnom prípade je $D_n < 0$ a preto $\sigma' > 0$.