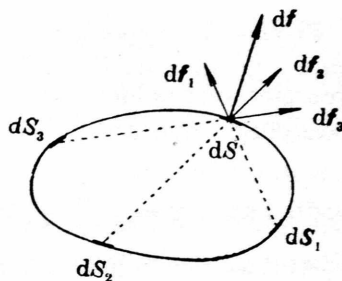


1.11. Absolútna kapacita vodiča, kapacita kondenzátora. Predstavme si, že pevné teleso zhotovené z elektricky vodivého materiálu sa nachádza vo vákuu a v jeho okolí nie sú nijaké iné telesá: ani vodivé, ani nevodivé. Keď na povrchu telesa je náboj $Q = \oint \sigma \, dS$, v okolí telesa je elektrostatické pole intenzity $\mathbf{E}$ a vo všetkých bodoch povrchu telesa rovnaký absolútny elektrický potenciál je V . Je daný integrálom $V = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$, počítaným pozdĺž ľubovoľnej čiary, ktorá začína v ktoromkoľvek bode povrchu telesa a ide do nekonečna.

Za rovnováhy je náboj Q rozložený po povrchu telesa tak, že elektrické siločiarly sú na povrch telesa všade kolmé. Možno dokázať, že jestvuje len jedno tejto podmienke vyhovujúce rozloženie daného elektrického náboja po povrchu telesa, ktoré určuje toto teleso charakterizujúca funkcia polohy bodu na jeho povrchu, vyjadrujúca relatívnu plošnú hustotu náboja σ/Q . Vyplýva to z podmienky rovnováhy náboja na povrchu vodiča. Na elementárny náboj $dQ = \sigma \, dS$ pôsobiaci sila $d\mathbf{f}$, ktorá za rovnováhy pri každej hodnote celkového náboja telesa Q je na povrch telesa kolmá (obr. 1.23), rovná sa súčtu síl $d\mathbf{f}_1, d\mathbf{f}_2, \dots$, ktorými jednotlivé elementárne náboje $dQ_1, dQ_2, \dots$ pôsobia na náhodile vybraný plošný náboj dQ . Z toho vyplýva, že pri zmene náboja Q sily $d\mathbf{f}_i$ musia sa zmeniť v rovnakom pomere. To však vyžaduje, aby sa aj jednotlivé náboje $dQ_i = \sigma_i \, dS_i$, a teda aj plošné hustoty σ_i , menili práve tak, t. j. v pomere danom zväčšením náboja Q . Preto keď náboj Q na telese nahradíme nábojom tQ , v tomto pomere sa zväčší všade na povrchu telesa aj plošná hustota σ ; pre túto príčinu sa v tomto pomere zväčší v okolí telesa aj intenzita poľa $\mathbf{E}$ a preto aj potenciál na povrchu telesa bude teraz tV . Od celkového náboja telesa Q nezávislý podiel



Obr. 1.23.

$$C = \frac{Q}{V} \quad (1)$$

volá sa *absolútna kapacita* osamoteného vodiča. Je to veličina kladná, lebo keď náboj Q je kladný, je aj potenciál V na povrchu vodiča kladný a obrátene.

Tým istým vzorcom (1) definovaná veličina, vzťahujúca sa však na vodič, ktorý nie je osamotený, menuje sa *vlastná kapacita* vodiča.

V sústave SI základnou jednotkou kapacity vodiča je 1 farad (1 F), kapacita

osamoteného vodiča, na povrchu ktorého absolútny potenciál je 1 volt, keď náboj telesa je 1 coulomb,

$$1 \text{ F} = \frac{1 \text{ AS}}{1 \text{ V}} = \frac{1 \text{ AS}}{1 \text{ A}^{-1} \text{ KM}^2 \text{ S}^{-3}} = \text{A}^2 \text{K}^{-1} \text{M}^{-2} \text{S}^4$$

Pretože 1 farad je kapacita pre bežnú prax príliš veľká, používajú sa jeho časti, ktoré sa volajú mikrofarad a pikofarad (mikromikrofarad)

$$1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$$

$$1 \text{ pF} = 1 \mu\mu\text{F} = 10^{-12} \text{ F}$$

Relatívne rozloženie náboja po povrchu vodiča, a preto aj elektrické pole v jeho okolí, sú závislé od tvaru vodiča. Preto pri danom náboji Q aj potenciál a tým aj kapacita vodiča sú závislé od rozmerov a tvaru vodiča.

Príklad 1. Vypočítame absolútnu kapacitu osamotenej gule. Obklopme guľu s polomerom R , na ktorej je kladný elektrický náboj Q , myslenu guľovou plochou s polomerom $r > R$. Pre intenzitu poľa v okolí gule Gaussova veta poskytuje rovnicu

$$\varepsilon_0 \cdot 4\pi r^2 E = Q$$

podľa ktorej $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, takže vektor intenzity elektrického poľa vo vzdialenosti r od stredu gule s nábojom Q je

$$\mathbf{E} = E\mathbf{r}^0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \mathbf{r}$$

V okolí gule je teda práve také silové pole, ako keby celý náboj gule bol sústredený v jej strede. Podľa vzorca (1.3.8) na povrchu gule je preto abs.

elektrický potenciál $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$, takže abs. kapacita osamotenej gule s polomerom R (vo vákuu) je

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R \quad (2)$$

Dva od seba izolované vodiče vhodného tvaru pri malej vzájomnej vzdialenosti predstavujú tzv. *kondenzátor*, t. j. zariadenie, v ktorom možno nahromadiť (kondenzovať) veľké elektrické náboje opačných znamienok bez toho, že by aj rozdiel potenciálov obidvoch vodičov bol veľký. Podľa svojej definície kapacita C kondenzátora je daná podielom náboja Q na jednom z obidvoch vodičov a potenciálu u tohoto vodiča vzhľadom na vodič druhý, pričom sa predpokladá, že tento vodič nesie náboj $-Q$,

$$C = \frac{Q}{u} = \frac{Q_1}{V_1 - V_2} = \frac{Q_2}{V_2 - V_1} \quad (3)$$

Rozdiel potenciálov vodičov tvoriacich kondenzátor, $u = V_1 - V_2$, menuje sa aj *napätie* na kondenzátore. Jeho znamienko je zrejmé závislé od toho, ktorý z obidvoch vodičov považujeme za prvý a ktorý za druhý. Avšak práve tak, ako kapacita vodiča, je aj kapacita kondenzátora veličina vždy kladná, lebo keď náboj Q na niektorom z obidvoch vodičov, tvoriacich kondenzátor, je kladná, kladný je aj potenciál u tohoto vodiča vzhľadom na vodič druhý a obrátene. Okrem toho kapacita kondenzátora je od náboja obidvoch vodivých častí kondenzátora nezávislá z tých istých príčin ako podobným vzorcom definovaná kapacita osamoteného vodiča. Pritom v prípade kondenzátora pripúšťame, že v jeho okolí sa prípadne nachádzajú rôzne nevodivé alebo aj vodivé telesá.

Príklad 2. Odvodíme vzorec pre kapacitu doskového kondenzátora, ktorý sa skladá z dvoch vzájomne rovnobežných dosák s plochami S a v malej vzdialenosti d od seba, medzi ktorými je dielektrikum s permitivitou ϵ . Keď dosky kondenzátora nesú rovnako veľké elektrické náboje Q a $-Q$, medzi doskami kondenzátora je prakticky homogénne elektrické pole intenzity E . Podľa Coulombovej vety jej absolútna hodnota je $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$, keď σ je plošná hustota náboja na kladnej doske. Potenciál tejto dosky vzhľadom na druhú sa rovná krivkovému integrálu intenzity poľa pozdĺž ľubovoľnej spojnice kladnej a zápornej dosky kondenzátora. Keď za integračnú dráhu zvolíme ktorúkoľvek siločiaru, vzhľadom na to, že pozdĺž nej je $E \parallel dr$, dostávame:

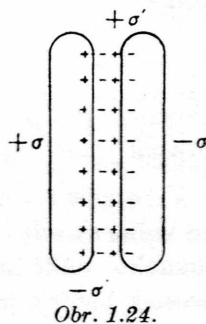
$$u = Ed = \frac{\sigma}{\epsilon} d = \frac{Q}{\epsilon S} d$$

Kapacita doskového kondenzátora (pri malej vzdialenosti dosák) je teda

$$C = \frac{Q}{u} = \frac{\epsilon S}{d} \quad (4)$$

Podľa práve odvodeného vzorca

$$C = \frac{\epsilon S}{d} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 S}{d} = \epsilon_r C_0$$



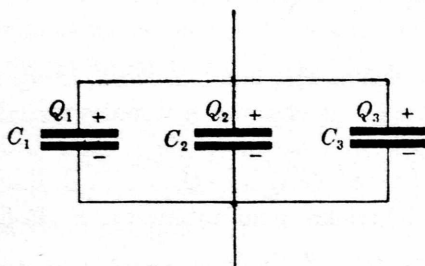
kapacita doskového kondenzátora s dielektrikom s relatívnou permitivitou ϵ_r je väčšia než kapacita C_0 rovnakého kondenzátora, keď medzi jeho doskami je len vákuum. Príčinou je polarizácia dielektrika (obr. 1.24), ktorou na rozhraní dosák kondenzátora a dielektrika vznikajú viazané náboje s plošnými hustotami, podľa vzorca (1.9.13), $\sigma' = -P_n$. Tieto náboje zapríčiňujú, že pri rovnakých nábojoch na doskách intenzita poľa medzi doskami kondenzá-

tora s dielektrikom v porovnaní s kondenzátorom bez dielektrika je zmenšená v pomere $1 : \epsilon_r$. Rozdiel potenciálov medzi doskami kondenzátora s dielektrikom je preto tiež ϵ_r ráz menší a kapacita kondenzátora $C = Q/V$ je ϵ_r ráz väčšia.

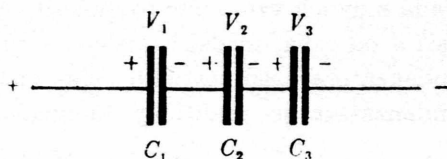
Podobným postupom ako vzorec (4), vyjadrujúci kapacitu doskového kondenzátora, možno odvodiť aj vzorce pre kapacitu kondenzátora guľového a valcového, ktoré sa skladajú z dvoch sústredných (koncentrických) guľových plôch, resp. z dvoch súosových (koaxiálnych) valcových plôch.

Niekoľko kondenzátorov možno zostaviť do batérie spojením kondenzátorov *vedľa seba* (obr. 1.25) alebo *za sebou* (obr. 1.26). Keď na svorky batérie konden-

zátorov zapojených vedľa seba (*parallelne*) privedieme náboje Q a $-Q$, tieto náboje rozložia sa na jednotlivé kon-



Obr. 1.25.



Obr. 1.26.

denzátory, ktorých nech je n , tak, že $Q = \sum Q_i$ a $Q_i = C_i u$, lebo potenciály všetkých horných dosiek jednotlivých kondenzátorov vzhľadom na ich dolné dosky, t. j. tzv. napätia na kondenzátoroch, sú rovnaké. Preto $Q = u \sum C_i$, takže

$$C = \frac{Q}{u} = \frac{\sum Q_i}{u} = \sum C_i \quad (5)$$

Slovami: *Pri paralelnom spojení kondenzátorov kapacita batérie sa rovná súčtu kapacít jednotlivých kondenzátorov.*

V zapojení kondenzátorov *do série* (za sebou) náboje Q a $-Q$ privedené na voľné svorky batérie indukujú v ideálnom prípade na protiľahlých doskách rovnako veľké náboje opačných znamienok. Keď teda rozdiel potenciálov svoriek batérie je u , môžeme v tomto druhom prípade písať:

$$u = \frac{Q}{C} = \sum u_i = \sum \frac{Q}{C_i} = Q \sum \frac{1}{C_i}$$

takže

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} \quad (6)$$

Slovami: *Pri zapojení kondenzátorov do série recipročná hodnota kapacity batérie sa rovná súčtu recipročných hodnôt kapacít jednotlivých kondenzátorov.*

Elektrometer (elektroskop so stupnicou), ktorého kovový obal je uzemnený, predstavuje kondenzátor, lebo sú to dva od seba izolované vodiče: merný systém elektrometra a uzemnený kovový obal spolu so Zemou. Výchylka indexu elektrometra α je funkciou náboja Q , privedeného na účinnú časť merného systému, takže $\alpha = f(Q)$. Keď však kapacita elektrometra ako kondenzátora je C , vtedy $Q = CV$, kde V je potenciál merného systému elektrometra vzhľadom na Zem. Je preto tiež $\alpha = f(Q) = f(CV) = \varphi(V)$, t. j. výchylka indexu elektrometra je určitou funkciou aj potenciálu (napätia) merného systému elektrometra voči Zemi. Stupnicu elektrometra možno preto zhotoviť tak, aby prístroj udával napätie, čiže aby slúžil ako tzv. *elektrostatický voltmeter*.

1.12. Kapacitné koeficienty, vlastná kapacita vodiča. Majme na mysli n vodivých, od seba izolovaných telies v určitej vzájomnej polohe, okolo ktorých sú prípadne ešte aj iné telesá, avšak len nevodivé a bez elektrických nábojov. Keď len na i -tý vodič dáme elektrický náboj Q_i , objaví sa na jeho povrchu elektrický potenciál tomuto náboju úmerný, ktorý označíme V_{i1} . Vo všeobecnosti od nuly odlišné budú však aj potenciály ostatných telies, označme ich po rade $V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{in}$, a aj tieto budú úmerné náboju na i -tom telese Q_i . Bude teda

$$\begin{aligned} V_{i1} &= k_{i1}Q_i \\ V_{i2} &= k_{i2}Q_i \\ &\vdots \\ V_{in} &= k_{in}Q_i \end{aligned}$$

Keď však súčasne dáme na prvý vodič náboj Q_1 , na druhý vodič náboj Q_2 atď. a na n -tý vodič náboj Q_n , v dôsledku už niekoľko ráz diskutovanej jednoznačnosti rovnovážneho rozloženia nábojov po povrchoch telies a za predpokladu, že permitivity nevodičov nachádzajúcich sa okolo vodičov sú konštanty, abs. potenciály jednotlivých vodivých telies V_r budú sa rovnať súčtu ich abs. potenciálov V_{ir} , pozorovaných v prípadoch, že vždy len na jednom telese bol vcelku od nuly odlišný elektrický náboj. Tieto potenciály sú teda

$$\begin{aligned} V_1 &= k_{11}Q_1 + k_{21}Q_2 + \dots + k_{n1}Q_n \\ V_2 &= k_{12}Q_1 + k_{22}Q_2 + \dots + k_{n2}Q_n \\ &\vdots \\ V_n &= k_{1n}Q_1 + k_{2n}Q_2 + \dots + k_{nn}Q_n \end{aligned}$$

t. j.

$$V_r = \sum_i k_{ir}Q_i \quad (1)$$

Koeficienty k_{ir} sa nazývajú *potenciálové koeficienty*.