Riešením rovníc (1) podľa nábojov Q_i (a toto riešenie vždy jestvuje, lebo potenciály našich n telies môžu mať akékoľvek, t. j. od seba nezávislé hodnoty, takže determinant potenciálových koeficientov sa nemôže rovnať nule) vychádzajú rovnice

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_{11}V_1 + C_{21}V_2 + \ldots + C_{n1}V_n \\ Q_2 &= C_{12}V_1 + C_{22}V_2 + \ldots + C_{n2}V_n \\ &\vdots \\ Q_n &= C_{1n}V_1 + C_{2n}V_2 + \ldots + C_{nn}V_n \end{aligned}$$

t. j.

$$Q_i = \sum_r C_{ri} V_r \tag{2}$$

Koeficienty C_{ri} v týchto rovniciach sa volajú *kapacitné koeficienty*. Kapacitné koeficienty C_{ri} s $i = r$ sa volajú *vlastné kapacity* jednotlivých vodičov (v danom súbore telies) a s $i \neq r$ sú to tzv. *vzájomné kapacity*. V nasledujúcom článku dokážeme rovnosť $C_{ri} = C_{ir}$. Nebude azda zbytočné ešte raz pripomenúť, že kapacitné koeficienty sú závislé nielen od tvaru, rozmerov a vzájomnej polohy tých telies, na ktoré sa bezprostredne vzťahujú, ale aj od tvaru, rozmerov a vzájomnej polohy všetkých, vodivých aj nevodivých, telies daného súboru.

1.13. Energia sústavy zelektrizovaných vodičov. Sústava zelektrizovaných vodičov obsahuje isté množstvo energie. Môžeme si predstavovať, že bola sústave udelená vonkajšími zdrojmi energie pri elektrizovaní jednotlivých vodičov a môže byť vrátená pôvodným zdrojom alebo premenená na inú formu energie.

Výraz vyjadrujúci túto energiu odvodíme tak, že budeme počítať prácu vonkajších zdrojov pri nabíjaní sústavy. Elementárna práca vonkajších zdrojov energie, spojená so zväčšením náboja q_i i-tého vodiča o hodnotu $\mathrm{d}q_i$, je $\mathrm{d}A_i = v_i \,\mathrm{d}q_i$, kde v_i je abs. potenciál tohto vodiča. Celková práca, spojená s prevedením sústavy zo stavu neelektrického do stavu s danými nábojmi je teda

$$A = \sum_i A_i = \sum_i \int_0^{Q_i} v_i \,\mathrm{d}q_i \tag{a}$$

Potenciál v_i i-tého vodiča závisí od nábojov $q_1, q_2, \ldots, q_n$ všetkých telies a je daný vzorcom (1.12.1)

$$v_i = \sum_r k_{ri} q_r$$

Zo zákona o zachovaní energie vyplýva, že práca vonkajších zdrojov energie nie je závislá od toho, v akom poradí sa prinášajú náboje na elektrizované vodiče. Pri počítaní práce A môžeme teda ľubovoľne voliť spôsob prinášania nábojov na vodiče. Zvolíme ho tak, aby vykonanie integrácie, predpísanej vzorcom (a), bolo čo najľahšie.

Budeme predpokladať, že náboje jednotlivých vodičov sa zväčšujú súčasne a pritom tak, že pomer ich veľkostí sa zachováva. V tom prípade pre zväčšujúci sa náboj i-tého vodiča q_i, ktorý nakoniec je Q_i, môžeme písať:

$$q_i = tQ_i$$

takže

$$\mathrm{d}q_i = Q_i \,\mathrm{d}t$$

kde t je všetkým vodičom spoločná integračná premenná, meniaca sa od 0 po 1. Okrem toho zväčšujúci sa elektrický potenciál i-tého vodiča, ktorý nakoniec je V_i, je

$$v_i = \sum_r k_{ri} q_r = t \sum_r k_{ri} Q_r = t V_i$$

Energia sústavy zelektrizovaných vodičov U_e, rovnajúca sa práci A, je teda

$$U_e = A = \sum_i A_i = \sum_i \int_0^{Q_i} v_i \,\mathrm{d}q_i = \sum_i \int_0^1 t V_i Q_i \,\mathrm{d}t = \sum_i V_i Q_i \int_0^1 t \,\mathrm{d}t =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_i V_i Q_i \tag{1}$$

slovami: *Energia sústavy zelektrizovaných vodičov sa rovná polovičnému súčtu súčinov potenciálu a náboja jednotlivých vodičov.*

Podľa tohto vzorca energia osamoteného vodiča, ktorého abs. kapacita je C, je

$$U_e = \frac{1}{2} QV = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CV^2}{2} \tag{2}$$

Veľmi dôležitým osobitným prípadom sústavy zelektrizovaných telies je nabitý kondenzátor, ktorý sa skladá z dvoch vodivých telies s nábojmi Q_1 a Q_2 rovnakej hodnoty, avšak opačných znamienok. Keď píšeme: $Q_2 = -Q_1 = -Q$, pre energiu nabitého kondenzátora dostávame výraz

$$U_e = \frac{Q_1 V_1}{2} + \frac{Q_2 V_2}{2} = \frac{Q(V_1 - V_2)}{2}$$

alebo, ak napätie na kondenzátore, rozdiel potenciálov obidvoch dosák kondenzátorov, označíme písmenom u,

$$U_e = \frac{1}{2} Qu = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Cu^2}{2} \tag{3}$$

Podľa tohto výsledku energiu nabitého doskového kondenzátora, pri ktorom $u = Ed$ a $Q = S\sigma = S\varepsilon E = SD$, správne určuje aj výraz

$$U_e = \frac{1}{2} Qu = \frac{ED}{2} Sd$$

Táto energia sa teda rovná súčinu veličiny $\frac{1}{2} ED$ a objemu dielektrika Sd, v ktorom je vytvorené pole nábojov kondenzátora. V nasledujúcom článku sa presvedčíme, že výraz $\frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}}{2}$ má význam hustoty energie v každej sústave zelektrizovaných vodičov, okolo ktorých sú len dielektricky mäkké nevodiče.

S použitím zákona o zachovaní energie dokážeme ešte, že vzájomné kapacity C_{ri} a C_{ir} dvoch vodičov v súbore n vodivých telies sú rovnako veľké.

Za tým účelom si predstavme, že sme z n vodivých telies dali náboj Q len na r-tý vodič. Podľa vzorca (1) príslušná práca je

$$A_r = \frac{1}{2} Q V_r = \frac{1}{2} k_{rr} Q^2$$

Dajme teraz náboj Q najprv na vodič i-tý. Vykonáme pritom prácu

$$A_i = \frac{1}{2} k_{ii} Q^2$$

Keď tento náboj napokon prenesieme opäť na r-tý vodič, na čo je potrebná práca A_{ir}, podľa zákona o zachovaní energie vcelku vykonaná práca bude rovnako veľká, čiže bude

$$A_{ir} = A_r - A_i \tag{b}$$

Pre prácu A_{ir} dostávame:

$$A_{ir} = \int_0^Q (V_r - V_i)\, \mathrm{d}q = \int_0^Q [k_{rr} q + k_{ir}(Q - q) - k_{ri} q - k_{ii}(Q - q)]\, \mathrm{d}q =$$
$$= \frac{1}{2} k_{rr} Q^2 + k_{ir} Q^2 - \frac{1}{2} k_{ir} Q^2 - \frac{1}{2} k_{ri} Q^2 - k_{ii} Q^2 + \frac{1}{2} k_{ii} Q^2 =$$
$$= \frac{1}{2} (k_{rr} + k_{ir} - k_{ri} - k_{ii})\, Q^2$$

Podľa rovnice (b) je teda

$$k_{rr} + k_{ir} - k_{ri} - k_{ii} = k_{rr} - k_{ii}$$

alebo

$$k_{ir} = k_{ri} \tag{c}$$

Pretože kapacitné koeficienty sú redukované minory potenciálových koeficientov, z rovnosti (c) vyplýva rovnosť

$$C_{ir} = C_{ri} \tag{4}$$

čo bolo treba dokázať.