**1.14. Hustota energie v elektrostatickom poli.** Výraz (1.13.1) pre energiu zelektrizovaných vodičov môžeme upraviť aj na iný tvar, keď si uvedomíme, že $Q_i = \oint \sigma \, \mathrm{d}S$, kde $\sigma$ je plošná hustota náboja a integrácia sa vzťahuje na povrch $i$-tého vodiča. Dostávame:

$$U_e = \frac{1}{2} \sum_i Q_i V_i = \frac{1}{2} \sum_i V_i \oint_i \sigma \, \mathrm{d}S = \frac{1}{2} \sum_i \oint_i V \sigma \, \mathrm{d}S = \frac{1}{2} \int V \sigma \, \mathrm{d}S \tag{1}$$

pričom integrál v poslednom výraze sa vzťahuje už na povrch všetkých vodičov a $V$ je potenciál v mieste plošného elementu $\mathrm{d}S$.

Vzorec (1) vyjadruje energiu elektrického náboja, ktorý je rozložený po povrchoch vodičov pri plošnej hustote $\sigma$. Predstava o plošnom rozložení elektrického náboja po povrchoch vodičov je však len určitá abstrakcia. V skutočnosti elektrický náboj je rozložený vždy v priestore s určitou objemovou hustotou $\varrho$, aj keď sa táto za elektrickej rovnováhy už vo veľmi malej vzdialenosti pod povrchom vodičov rovná nule. Vzorec (1) môžeme preto písať aj v tvare

$$U_e = \frac{1}{2} \int V \varrho \, \mathrm{d}\tau \tag{2}$$

kde $\varrho$ je objemová hustota elektrického náboja a $\mathrm{d}\tau$ element objemu.

Vzorce (1) a (2) vyjadrujú energiu sústavy elektrických nábojov pomocou potenciálov v tých bodoch, v ktorých sa hustoty $\sigma$ alebo $\varrho$ nerovnajú nule. V týchto výrazoch stačí predpísané integrácie vykonať len po povrchoch vodičov alebo cez časti priestoru, kde sa nachádzajú voľné elektrické náboje. Ostatné časti priestoru, v ktorých je síce elektrické pole, kde sa však $\sigma$ aj $\varrho$ rovnajú nule, k hodnotám počítaných integrálov ničím neprispievajú.

Avšak podľa predstáv, ktoré sa opierajú o predpoklad fyzikálnej reality elektrického poľa, energia sústavy nábojov sa nachádza práve v elektrickom poli, ktoré tieto náboje obklopuje, takže každý objemový element priestoru, v ktorom sa intenzita poľa nerovná nule, obsahuje isté množstvo energie. Elektrické pole v každom svojom bode sa vyznačuje určitou hustotou energie $u_e$, takže celá energia poľa je

$$U_e = \int u_e \, \mathrm{d}\tau$$

Upravíme vzorec (2) na tento tvar.

Podľa 1. Maxwellovej rovnice (1.9.4) je $\varrho = \operatorname{div} \mathbf{D}$. Je preto tiež

$$U_e = \frac{1}{2} \int V \varrho \, \mathrm{d}\tau = \frac{1}{2} \int V (\nabla \cdot \mathbf{D}) \, \mathrm{d}\tau =$$

$$= \frac{1}{2} \int \nabla \cdot (V \mathbf{D}) \, \mathrm{d}\tau - \frac{1}{2} \int (\operatorname{grad} V) \cdot \mathbf{D} \, \mathrm{d}\tau =$$

$$= \frac{1}{2}\oint (\varepsilon V \mathbf{E}) \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S} + \frac{1}{2}\int (\mathbf{E} \,.\, \mathbf{D})\, \mathrm{d}\tau =$$

$$= \int \frac{\mathbf{E} \,.\, \mathbf{D}}{2}\, \mathrm{d}\tau \tag{3}$$

Podľa tohto výsledku hustota energie v elektrickom poli je

$$u_e = \frac{\mathbf{E} \,.\, \mathbf{D}}{2} \tag{4}$$

Pri odvodzovaní vzorca (3) sme objemový integrál $\frac{1}{2}\int \nabla \,.\, (V\mathbf{D})\, \mathrm{d}\tau$ podľa Gaussovej vety vektorového počtu nahradili najprv plošným integrálom $\frac{1}{2}\oint \varepsilon V\mathbf{E} \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S}$, vzťahujúcim sa na povrch gule s nekonečne veľkým polomerom $r$. Ten sme však potom vynechali na základe tejto úvahy: Na povrchu takejto gule, ktorá obklopuje všetky zdroje poľa, potenciál aj intenzita elektrického poľa sú nekonečne malé veličiny rádu $\frac{1}{r}$, resp. $\frac{1}{r^2}$. Ich súčin je teda nekonečne malá veličina rádu $\frac{1}{r^3}$. Súčin $(VE)(4\pi r^2)$ je preto nekonečne malá veličina rádu $\frac{1}{r}$, čiže sa rovná nule.

**1.15. Absolútny elektrometer.** Zo všetkých elektrostatických meraní najdôležitejšie je meranie elektrického napätia, t. j. rozdielu potenciálov v dvoch rôznych bodoch poľa, v elektrostatike najčastejšie rozdielu potenciálov dvoch od seba izolovaných vodičov. Používajú sa na to rôzne elektrometre, ktorých konštrukcia je závislá od požadovanej citlivosti, presnosti a od veľkosti meraných napätí. Ich stupnice, keď ide o prístroje pre väčšie napätia, sa graduujú pomocou *Thomsonovho absolútneho elektrometra.*

Medzi doskami doskového kondenzátora, keď medzi nimi je vzduch, je elektrické pole intenzity $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{Q}{\varepsilon S}$, kde $Q$ je náboj na kladnej doske kondenzátora, $S$ plocha dosák a $\varepsilon \doteq \varepsilon_0$ dielektrická permitivita vzduchu. Jedna z obidvoch dosák nabitého kondenzátora, napríklad doska záporná, prispieva k intenzite poľa jej polovičnou hodnotou $\frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$. Pod účinkom len tejto časti celkovej intenzity poľa sa nachádza náboj prítomný na druhej doske, takže na dosku kondenzátora pôsobí sila

$$f = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S} Q = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S} = \frac{\sigma^2 S^2}{2\varepsilon_0 S} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} S = \frac{\varepsilon_0 u^2}{2d^2} S$$