

sústavy fyzikálnych veličín, sústavy SI, máme:  $k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  a Coulombov zákon dostáva tvar

$$\mathbf{f}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^3} \mathbf{r}_{12} \quad (5)$$

Určuje silu, ktorá pôsobí na bodový náboj  $q_2$ , keď sa tento nachodí vo vákuu v mieste s polohovým vektorom  $\mathbf{r}_{12}$ , vzhľadom na náboj  $q_1$ .

Konštanta  $\epsilon_0$  sa nazýva *dielektrická konštanta (permitivita)* vákuu. Jej číselná hodnota závisí od jednotky elektrického množstva. Vyjadríme ju v sústave SI, v ktorej vedľa kilogramu, metra a sekundy štvrtou základnou jednotkou je jednotka (intenzity) elektrického prúdu, 1 ampér (1 A). Definíciu ampéra, keďže sa opiera o sily pôsobiace medzi vodičmi elektrického prúdu, budeme však môcť podať až neskôršie, keď budeme rozprávať o tzv. *magnetických javoch*.

Z definície elektrického prúdu  $I = Q/t$ , kde  $Q$  je elektrické množstvo prechádzajúce prierezom vodiča za čas  $t$ , vyplýva, že  $Q = It$ , takže v sústave SI jednotkou elektrického množstva je elektrické množstvo, ktoré prejde prierezom vodiča za 1 sekundu, ak intenzita prúdu je 1 ampér. Nazýva sa ampérsekunda.

Pri používaní coulombu (ampérsekundy) ako jednotky elektrického náboja, ak sa súčasne sila meria v newtonoch a dĺžka v metroch, pre permitivitu vákuu vychodí:

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{M}^{-3} \text{K}^{-1} \text{S}^4 \text{A}^2 \quad (6)$$

Z rôznych meraní, s ktorými sa oboznámime neskôršie, vyplýva, že najmenší možný elektrický náboj, náboj 1 elektrónu, je

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{AS}$$

**1.3. Intenzita a potenciál v elektrostatickom poli.** Priestor, v ktorom sa prejavujú účinky elektrických nábojov, ktoré sa v tomto priestore nepohybujú, nazýva sa elektrostatické pole. Vlastnosti elektrostatického pola vyplývajú zo základného zákona elektrostatického pola, z Coulombovho zákona, [vzorec (5) v článku 1.2], podľa ktorého bodový elektrický náboj  $Q$  účinkuje na iný bodový náboj  $q$ , ktorého polohový vektor vzhľadom na miesto náboja  $Q$  je  $\mathbf{r}$ , silou

$$\mathbf{f} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^3} \mathbf{r} \quad (1a)$$

Podľa experimentálnej skúsenosti a v zhode s podobnou vlastnosťou gra-

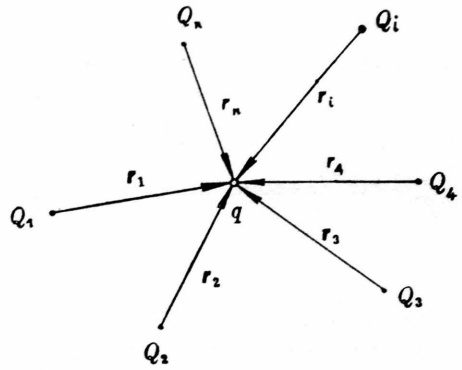
vitačných síl väčší počet bodových nábojov  $Q_i$  účinkuje vo vákuu na bodový náboj  $q$  silou, ktorá sa rovná vektorovému súčtu síl daných vzorcom (1a). Výsledná sila pôsobiaca v okolí bodových nábojov  $Q_i$  na bodový náboj  $q$  je preto (obr. 1.6)

$$\mathbf{f} = \sum \mathbf{f}_i = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{Q_i}{r_i^3} \mathbf{r}_i$$

Podobne ako v gravitačnom poli podiel

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{f}}{q} \quad (1b)$$

ktorý od veľkosti náboja  $q$  už nezávisí, nazýva sa *intenzitou elektrostatického poľa* v tom jeho mieste, kde na náboj  $q$  účinkuje sila  $\mathbf{f}$  práve napísaným vzorcom.



Obr. 1.6.

Poznámka: Pri experimentálnom určovaní intenzity elektrostatického poľa v okolí elektricky vodivých telies za náboj  $q$  v predchádzajúcom vzorci treba voliť náboj podľa možnosti malý, aby jeho vplyvom nenastalo väčšie preskupenie nábojov na vodičoch a tým aj zmena meranej intenzity poľa.

Z Coulombovho zákona vyplýva, že intenzita elektrostatického poľa bodového elektrického náboja  $Q$  je

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^3} \mathbf{r} \quad (2)$$

Intenzita elektrostatického poľa v okolí väčšieho počtu bodových nábojov  $Q_i$  je preto (obr. 1.6)

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{Q_i}{r_i^3} \mathbf{r}_i \quad (3)$$

Pri spojitom rozložení elektrického množstva s priestorovou hustotou  $\rho$  je zrejme

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho \, d\tau}{r^3} \mathbf{r} \quad (4a)$$

alebo, keď sa elektrický náboj nachádza na povrchoch vodivých telies pri plošnej hustote  $\sigma$ ,

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma \, dS}{r^3} \mathbf{r} \quad (4b)$$

Pre výtok vektora intenzity gravitačného poľa znútra na vonkajšiu stranu uzavretej plochy sme v 1. dieli tejto učebnice (str. 87) odvodili vzorec (2.13.6)

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = -4\pi\kappa M$$

kde  $M$  značí celkovú hmotnosť vnútra uzavretej plochy, platný bez ohľadu na to, či na vonkajšej strane uzavretej plochy sú nejaké telesá alebo nie. Keďže sa Coulombov zákon

$$\mathbf{f} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^3} \mathbf{r}$$

líši od Newtonovho gravitačného zákona

$$\mathbf{f} = -\kappa \frac{Mm}{r^3} \mathbf{r}$$

len v tom, že v Coulombovom zákone namiesto konštanty  $-\kappa$  vystupuje konštanta  $1/4\pi\epsilon_0$ , výtok vektora intenzity elektrostatického poľa znútra na vonkajšiu stranu uzavretej plochy nepochybne správne vyjadruje vzorec

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (5)$$

kde  $Q$  je celkový elektrický náboj, ktorý sa nachádza vo vnútri uzavretej plochy, pričom prípadný el. náboj, nachádzajúci sa na vonkajšej strane uzavretej plochy, na výtok  $T = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$  nemá vplyv.

Vzorec (5) vyjadruje *Gaussovú vetu elektrostatického poľa*.

Podľa Gaussovej vety vektorového počtu plošný integrál na ľavej strane rovnice (5) môžeme nahradiť objemovým integrálom  $\int (\text{div } \mathbf{E}) d\tau$ , počítaným cez vnútro uzavretej plochy, na ktorú sa vzťahuje integrál  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$ . Keď súčasne aj náboj  $Q$  vyjadríme objemovým integrálom  $Q = \int \rho d\tau$ , v ktorom  $\rho$  značí objemovú hustotu elektrického náboja, dostaneme rovnicu

$$\int (\text{div } \mathbf{E}) d\tau = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho d\tau$$

z ktorej vyplýva rovnica

$$\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (6)$$

Tak, ako ani práca pri prenášaní hmotného bodu z miesta na miesto v gravitačnom poli, nezávisí ani práca pri prenášaní bodového náboja v elektrickom poli od tvaru dráhy, pozdĺž ktorej sa takáto práca koná, ale závisí iba od polohy jej začiatočného a koncového bodu. Preto aj v každom bode elektrostatického poľa možno definovať potenciál  $V$  ako prácu  $L$ , potrebnú na pre-

nesenie bodového náboja  $q$  z miesta zvoleného za základ (napríklad z nekonečna) na miesto, v ktorom potenciál práve určujeme, rozdelenú týmto ábojom, teda

$$V = \frac{L}{q} = \int_{r_0}^r -\mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_r^{r_0} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \quad (7)$$

Podľa tohto vzorca *absolútny elektrostatický potenciál* (potenciál vzhľadom na nekonečno) vo vzdialenosti  $r$  od bodového náboja  $Q$  je

$$V = \int_r^{\infty} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}}{r^3} \cdot d\mathbf{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (8)$$

Podobne ako v gravitačnom poli, aj potenciál v elektrostatickom poli väčšieho počtu nábojov (alebo náboja v priestore spojitým spôsobom rozloženého) rovná sa súčtu potenciálov určených jednotlivými bodovými (elementárnymi) zdrojmi poľa.

Vzťah medzi potenciálom a intenzitou aj v elektrostatickom poli určuje vzorec

$$\mathbf{E} = -\text{grad } V \quad (9)$$

takže  $\text{div } \mathbf{E} = -\nabla \cdot \nabla V = -\Delta V$ . Použitím tohto výsledku možno rovnicu (6) písať takto:

$$\Delta V = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (10)$$

Rovnica (10), je základnou diferenciálnou rovnicou elektrostatického poľa.

Má tvar, keďže  $\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$ , *Poissonovej* parciálnej diferenciálnej rovnice. V časti poľa, kde sa objemová hustota elektriny rovná nule, redukuje sa na *Laplaceovu* rovnicu,

$$\Delta V = 0 \quad (11)$$

Jednotka elektrického potenciálu v sústave SI sa nazýva 1 volt. Podľa vzorca (7) je to napríklad absolútny elektrický potenciál v tom bode elektrostatického poľa, do ktorého, keď prinesieme z nekonečna 1 AS, vykonáme prácu 1 joule.

$$1 \text{ volt} = \frac{1 \text{ joule}}{1 \text{ AS}} = \frac{1 \text{ KM}^2\text{S}^{-2}}{1 \text{ AS}} = 1 \text{ A}^{-1}\text{KM}^2\text{S}^{-2}$$

Podľa vzorca (8) absolútny elektrický potenciál v okolí bodového náboja 1 AS vo vákuu je 1 volt vo vzdialenosti

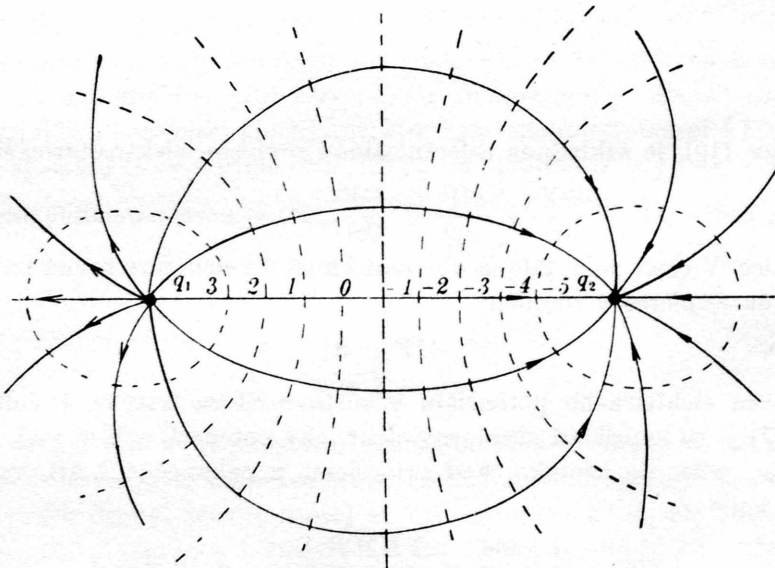
$$r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 V} = \frac{1 \text{ AS}}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ A}^2 \text{ K}^{-1} \text{ M}^{-3} \text{ S}^4 \cdot \text{ A}^{-1} \text{ K M}^2 \text{ S}^{-3}} \doteq \\ \doteq \frac{1}{4\pi \cdot \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}} \text{ M} = 9 \cdot 10^9 \text{ metrov}$$

Bodový náboj 1  $\mu\text{AS}$  budí teda potenciál 1 volt vo vzdialenosti  $r = 9 \text{ km}$ .

Podľa vzorca (9) intenzita elektrostatického poľa vo svojej podstate je derivácia potenciálu elektrostatického poľa podľa dĺžky. Jej jednotkou v sústave SI je preto 1 volt/meter =  $\text{A}^{-1} \text{ K M S}^{-3}$ .

**1.4. Siločiarly a ekvipotenciálne hladiny v elektrostatickom poli.** *Siločiarou* v elektrostatickom poli nazývame orientovanú čiaru, ktorá v každom svojom bode je súhlasne rovnobežná so smerom intenzity poľa v tomto bode. Keďže  $\mathbf{E} = -\text{grad } V$ , sú siločiarly na *ekvipotenciálne hladiny* (plochy, ktoré sa v každom svojom bode vyznačujú tou istou hodnotou elektrického potenciálu), všade kolmé.

Elektrické pole môžeme graficky znázorniť dvojako: a) vkreslením ekvipotenciálnych hladín a b) vkreslením siločiar. Na *obr. 1.7*, ktorý znázorňuje



Obr. 1.7.