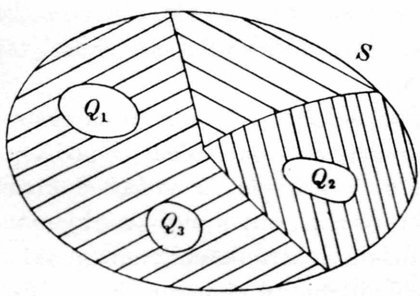
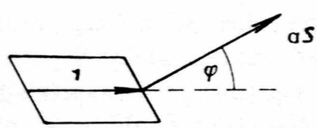
Priamy piezoelektrický jav sa používa napríklad v gramofónových kryštálových prenoskách na premenu mechanických kmitov na elektrické, nepriamy v kryštálových generátoroch ultrazvuku na premenu elektrických kmitov na mechanické.

Kryštál kremeňa, ktorý má tri polárne osi, kým sa nenachodí vo vonkajšom elektrickom poli, nie je v polarizovanom stave. Keď však kryštál, napríklad kryštál turmalínu, má len jednu polárnu os, potom aj bez pôsobenia vonkajšieho poľa je už v polarizovanom stave. Napriek tomu v jeho okolí obvykle nie je elektrické pole, lebo viazané náboje samovoľne polarizovaného kryštálu bývajú neutralizované voľnými nábojmi, ktoré si kryštál nájde v podobe iónov aj vo vzduchu. Keď sa však teplota kryštálu dosť rýchle zmení, zmení sa aj polarizácii kryštálu odpovedajúca plošná hustota viazaných nábojov, čím sa v okolí kryštálu vytvorí aspoň na nejaký čas elektrické pole. Jav sa nazýva *pyroelektrickým*.

1.9. Vektor indukcie v elektrickom poli. Predstavme si, že niekoľko elektricky vodivých telies T_i sa nachádza v elektricky nevodivom hmotnom prostredí, v ktorom sa dielektrická susceptibilita $\varkappa$ prípadne od miesta k miestu spojite alebo aj nespojite mení (*obr. 1.17*). Obklopme telesá T_i myslenou v sebe uzavretou plochou S. Keď na tieto telesá privedieme elektrické množstvá Q_i, vytvorí sa v ich okolí elektrické pole intenzity $\mathbf{E}$, v ktorom sa dielektrikum spolarizuje. Pri polarizácii dielektrika v dielektriku ľubovoľne uloženou elementárnou plôškou dS, ktorej sme priradili elementárny plošný vektor d$\mathbf{S}$, prechádzajú kladné aj záporné náboje



Obr. 1.17.



Obr. 1.18.

pružne viazané na dielektrikum. Pri používaní označení zavedených na začiatku článku 1.7 cez elementárnu plôšku dS na stranu jej orientácie prejde vcelku náboj (*obr. 1.18*)

$$\mathrm{d}Q' = \varrho'\mathbf{a}_+ \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S} + (-\varrho')\,\mathbf{a}_- \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S} = \varrho'(\mathbf{a}_+ - \mathbf{a}_-) \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S} = \varrho'\mathbf{a} \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S} = \mathbf{P} \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S}$$

Z vnútra na vonkajšiu stranu v sebe uzavretej plochy S, ktorá obklopuje telesá s nábojmi Q_i, prejde preto pri polarizácii dielektrika vcelku náboj

$$Q' = \oint \mathbf{P} \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S} \tag{1}$$

čím sa náboj vo vnútri tejto plochy zväčší o $-Q' = -\oint \mathbf{P} \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S}$. Podľa Gaussovej vety elektrostatického poľa (1.3.5) výtok vektora intenzity poľa $\mathbf{E}$ znútra na vonkajšiu stranu v sebe uzavretej plochy S je preto v tomto všeobecnom prípade

$$\oint \mathbf{E} \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} (\sum Q_i - Q') = \frac{1}{\varepsilon_0} (\sum Q_i - \oint \mathbf{P} \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S})$$

Jednoduchou úpravou tejto rovnice postupne dostávame:

$$\oint \varepsilon_0 \mathbf{E} \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S} + \oint \mathbf{P} \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S} = \sum Q_i$$

alebo

$$\oint (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S} = \sum Q_i$$

Vektor

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \tag{2}$$

sa volá *indukcia*, nie dosť vhodne aj *posunutie v elektrickom poli*. S použitím vektora $\mathbf{D}$ predposlednú rovnicu môžeme písať aj v tvare

$$\oint \mathbf{D} \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S} = \sum Q_i = Q \tag{3}$$

Rovnica (3) vyjadruje tzv. *Maxwellov zákon elektrostatického poľa*. Podobá sa rovnici (1.3.5), ktorá vyjadruje Gaussovu vetu elektrostatického poľa. Líši sa však od nej v týchto dvoch bodoch: a) elektrický náboj na pravej strane rovnice (3) nie je v tejto rovnici rozdelený permitivitou (dielektrickou konštantou) vákua ε_0, b) nie je to celkový náboj vo vnútri plochy, na ktorú sa vzťahuje plošný integrál predstavujúci ľavú stranu rovnice (3), ale len *celkový voľný náboj*, t. j. nie je jeho časťou polarizáciou dielektrika vo vnútri tejto plochy vznikajúci náboj $-Q' = -\oint \mathbf{P} \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S}$.

Pre určitosť predstavy sme doteraz predpokladali, že — ako to najčastejšie býva — voľný elektrický náboj vo vnútri plochy S sa nachádza na povrchoch vodivých telies pri určitej plošnej hustote σ. V prípade, že voľný elektrický náboj vo vnútri plochy S je prítomný ako náboj „objemový" s objemovou hustotou ϱ (ako je to napríklad v pracujúcich elektrónkach), možno ho vyjadriť integrálom $\int \varrho \,\mathrm{d}\tau$, v ktorom $\mathrm{d}\tau$ značí objemový element. Keď súčasne použitím Gaussovej vety vektorového počtu plošný integrál na ľavej strane rovnice (3) nahradíme tiež integrálom objemovým, dostávame rovnicu

$$\int (\operatorname{div} \mathbf{D}) \,\mathrm{d}\tau = \int \varrho \,\mathrm{d}\tau$$

z ktorej, kým vektor $\mathbf{D}$ a jeho prvé derivácie podľa súradníc sú ich spojitými funkciami, vyplýva 1. *Maxwellova rovnica* elektrostatického a súčasne aj stacionárneho (pozri čl. 2.1) a elektromagnetického poľa

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \varrho \tag{4}$$

v ktorej ϱ značí objemovú hustotu len voľného elektrického náboja.

Pretože objemová hustota voľného elektrického náboja v nevodičoch sa vždy rovná nule, 1. Maxwellova rovnica napísaná pre nevodiče je

$$\operatorname{div} \boldsymbol{D} = 0 \tag{5}$$

Vektor indukcie v elektrickom poli sme zaviedli [vzorec (4)] ako súčet $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$. Už na začiatku tohto článku sme pripomenuli, že vektor polarizácie $\boldsymbol{P}$ v izotropných nevodičoch býva úmerný intenzite poľa $\boldsymbol{E}$, takže $\boldsymbol{P} = \varkappa \boldsymbol{E}$, pričom činiteľ $\varkappa$ je najčastejšie konštanta. Pretože v izotropných nevodičoch vektor polarizácie nevodiča $\boldsymbol{P}$ je rovnobežný s vektorom intenzity poľa $\boldsymbol{E}$, v izotropných nevodičoch je vždy $\boldsymbol{P} = \varkappa \boldsymbol{E}$; avšak takto mienená dielektrická susceptibilita izotropného nevodiča nie je potom už nutne vždy konštanta. Vždy je však

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \varkappa \boldsymbol{E} = (\varepsilon_0 + \varkappa)\, \boldsymbol{E} = \varepsilon \boldsymbol{E} \tag{6}$$

Veličina

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varkappa \tag{7}$$

sa volá *permitivita* („*dielektrická konštanta*“) nevodiča, ktorá je zrejme od intenzity poľa nezávislou špecifickou látkovou konštantou nevodiča len v prípadoch, v ktorých takouto konštantou je aj ich dielektrická susceptibilita $\varkappa$. Podiel

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

takže $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$, volá sa *relatívna permitivita*. Pretože je vždy $\varkappa > 0$, je vždy $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varkappa > \varepsilon_0$, a preto $\varepsilon_r > 1$.

Tabuľka 1.1

Relatívne permitivity niektorých nevodičov

Látka	ε_r	Látka	ε_r
Vzduch (p = 760 torr)	1,006	Ebonit	2,6
Síra	3,0—3,8	Jantár	2,8
Parafín	2,1	Mramor	7—8
Sľuda	6—7	Kremeň	3,5—4,5
Sklo	5,3—7,5	Al_2O_3	10—11
Porcelán	5,7—6,3	Petrolej	2,0
Šelak	2,7—3,5	Voda	81

Poznámka: Z poznámky čl. 1.7 už vieme, že v anizotropných nevodičoch je najčastejšie $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{\varkappa} \cdot \boldsymbol{E}$, kde $\boldsymbol{\varkappa}$ je tenzor druhého stupňa. V anizotropných nevodičoch je teda

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \boldsymbol{I} \cdot \boldsymbol{E} + \boldsymbol{\varkappa} \cdot \boldsymbol{E} = (\varepsilon_0 \boldsymbol{I} + \boldsymbol{\varkappa}) \cdot \boldsymbol{E} = \boldsymbol{\epsilon} \cdot \boldsymbol{E}$$

takže ich permitivita určená vzorcom

$$\boldsymbol{\epsilon} = \varepsilon_0 \boldsymbol{I} + \boldsymbol{\varkappa} \tag{8}$$

kde $\mathbf{I}$ je tenzor identity, je tiež tenzor druhého stupňa. Zo vzťahu $\mathbf{D} = \boldsymbol{\varkappa} \,.\, \mathbf{E}$ vyplýva, že v anizotropných nevodičoch obyčajne ani vektor $\mathbf{D}$ nie je rovnobežný s vektorom $\mathbf{E}$, čo má veľký význam najmä pre optiku anizotropných kryštálov.

V ďalších svojich úvahách pre jednoduchosť budeme sa zaoberať len izotropnými nevodičmi, ktorých dielektrická susceptibilita $\varkappa$, a preto aj permitivita (dielektrická konštanta) ε, sú skalárne látkové konštanty nezávislé od intenzity poľa.

Pre izotropný a homogénny nevodič z rovnice (5) vyplýva:

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \operatorname{div} (\varepsilon \mathbf{E}) = \varepsilon \operatorname{div} \mathbf{E} = 0$$

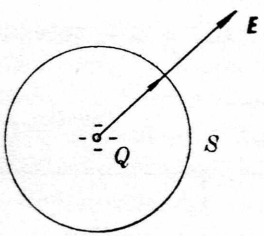
t. j. $\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$. Podľa tohto výsledku a rovnice (1.3.6),

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\varrho}{\varepsilon_0}$$

v ktorej však ϱ značí celkovú objemovú hustotu elektrického náboja, teda nie len hustotu voľného elektrického náboja, ale napríklad aj polarizáciou nevodiča vytvoreného, v takomto nevodiči je

$$\varrho = \varepsilon_0 \operatorname{div} \mathbf{E} = 0$$

Polarizáciou homogénneho a izotropného nevodiča, ktorého permitivita je konštantná, nevzniká v ňom teda nijaký elektrický náboj. Tento výsledok však nehovorí, že nevzniká ani na jeho povrchu. V nasledujúcich úvahách sa presvedčíme, že pri polarizácii aj homogénnych a izotropných nevodičov sa elektrické náboje na ich povrchoch skutočne vytvárajú.



Obr. 1.19.

Obklopme bodový elektrický náboj Q, ktorý sa nachádza v homogénnom a izotropnom dielektriku, myslenou a s nábojom Q sústrednou guľovou plochou S (*obr. 1.19*). Zo súmernosti vyplýva, že vektor intenzity poľa $\mathbf{E}$, a preto aj vektor indukcie $\mathbf{D}$, musia mať vo všetkých bodoch takto volenej plochy S rovnakú abs. hodnotu, môžu byť na plochu S všade len kolmé a s príslušným polohovým vektorom $\mathbf{r}$ (podľa znamienka náboja Q) všade súhlasne alebo všade nesúhlasne rovnobežné. S ohľadom na to a podľa rovnice (3) výtok vektora $\mathbf{D}$ znútra na vonkajšiu stranu guľovej plochy S v našom prípade je

$$\oint \mathbf{D} \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S} = 4\pi r^2 D = 4\pi r^2 \varepsilon E = Q$$

takže pre veľkosť vektora $\mathbf{E}$ na povrchu gule s polomerom r vzhľadom na jednotkový vektor orientovaný od náboja Q dostávame

$$E = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon}$$

Podľa tohto výsledku vektor $\mathbf{E}$ v tom bode povrchu gule S, ktorého polohový vektor je $\mathbf{r} = r\mathbf{r}_0$, je zrejme

$$\mathbf{E} = E\mathbf{r}_0 = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon}\mathbf{r}_0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^3}\mathbf{r} \tag{9}$$

Z porovnania vzorca (9) so vzorcom (1.3.2) vyplýva, že bodový elektrický náboj budí v izotropnom dielektriku elektrické pole, ktorého intenzita je všade ε_r ráz, teda vždy menšia ako za rovnakých okolností vo vákuu. Príčinou je polarizácia dielektrika, pri ktorej sa tesne okolo bodového náboja (vo vnútri homogénneho a izotropného dielektrika jeho polarizáciou — ako už vieme — elektrické náboje nevznikajú) vytvára na dielektrikum viazaný elektrický náboj opačného znamienka, ktorý intenzitu poľa samotného, do dielektrika vloženého bodového náboja vždy zmenšuje.

Podľa vzorca (9) v dielektriku s permitivitou ε na bodový náboj q, ktorý sa nachádza v okolí bodového náboja Q, účinkuje sila

$$\mathbf{f} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Qq}{r^3}\mathbf{r} \tag{10}$$

Táto sila je teda vždy menšia ako v podobnom prípade vo vákuu, lebo je $\varepsilon > \varepsilon_0$.

Výsledok (10) možno vysvetliť dvojakým spôsobom. Keď nechceme prizerať k atomistickej štruktúre nevodičov, v zhode s priamym experimentálnym pozorovaním môžeme len konštatovať, že nevodič má vplyv na vzájomné silové pôsobenie medzi elektrickými nábojmi, ktoré v nevodičoch je vždy menšie ako vo vákuu. Vzhľadom na atomistickú štruktúru hmoty je však prirodzenejšia predstava, podľa ktorej sila, ktorou *účinkuje* bodový náboj Q na iný bodový náboj q, je pri rovnakej vzájomnej polohe týchto nábojov v *dielektriku práve taká ako vo vákuu*, avšak sila, ktorej náboj q *podlieha* v dielektriku, je napriek tomu preto iná, lebo náboj Q, ktorý je príčinou silového pôsobenia na náboj q, je čiastočne odclonený nábojom opačného znamienka, ktorý sa okolo neho vytvoril polarizáciou dielektrika.

Náboj vznikajúci polarizáciou dielektrika okolo náboja Q nech je $-Q'$. Podľa toho, čo sme práve pred chvíľkou povedali, abs. hodnotu sily $\mathbf{f}$, ktorá v okolí náboja Q účinkuje na náboj q, môžeme vyjadriť dvojako:

$$\mathbf{f} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon r^3}\mathbf{r}$$

alebo

$$\mathbf{f} = \frac{(Q - Q')\,q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r}$$

Z porovnania obidvoch týchto vyjadrení sily f dostávame rovnicu

$$\frac{Q}{\varepsilon} = \frac{Q - Q'}{\varepsilon_0}$$

z ktorej (pre $Q > 0$) vyplýva:

$$Q' = Q - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} Q = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon} Q = \frac{\varkappa}{\varepsilon} Q < Q$$

lebo $\varkappa = \varepsilon - \varepsilon_0 < \varepsilon$.

Predstavme si ešte, že voľný náboj Q sa nachodí v dielektriku na povrchu osamotenej gule s nejakým malým polomerom. Rozdelením rovnice $-Q' = -\frac{\varkappa}{\varepsilon} Q$ povrchom tejto gule dostaneme vzťah medzi plošnou hustotou σ voľného elektrického náboja na povrchu gule a plošnou hustotou σ' náboja polarizáciou vzniknutého,

$$\sigma' = -\frac{\varkappa}{\varepsilon} \sigma \tag{11}$$

Podľa Coulombovej vety (1.6.1), odvodenej v čl. 1.6, pre rozhranie vodiča a vákua, a s použitím výsledku (11) pre veľkosť intenzity elektrického poľa tesne pri povrchu gule s nábojom Q môžeme písať:

$$E = \frac{\sigma + \sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma - \frac{\varkappa}{\varepsilon}\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \tag{12}$$

Je zrejmé, že vzťah (12) má platnosť všeobecnú. Je to *Coulombova veta zovšeobecnená* pre prípad rozhrania vodiča a ľubovoľného izotropného nevodiča. Vyjadruje veľkosť intenzity elektrického poľa tesne pri povrchu vodiča v mieste, kde sa vodič stýka s izotropným nevodičom, ktorého permitivita je ε. Použitím zovšeobecnenej Coulombovej vety vzťah (11) môžeme upraviť takto:

$$\sigma' = -\frac{\varkappa}{\varepsilon} \sigma = -\varkappa E = -\varkappa \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{P} \tag{13}$$

kde $\mathbf{P}$ je vektor polarizácie nevodiča a $\mathbf{n}$ jednotkový, na povrch vodiča kolmý vektor, orientovaný do nevodiča.

1.10. Lom siločiar na rozhraní dvoch izotropných nevodičov. V rovine, ktorá je na rozhranie dvoch izotropných nevodičov kolmá, zvoľme si nízky obdĺžnik veľmi malých rozmerov, zasahujúci do obidvoch prostredí, ako je to znázornené na *obr. 1.20.* Jeho základňa nech je s. Vektory intenzity elektrostatického poľa po obidvoch stranách rozhrania nech sú $\mathbf{E}_1$ a $\mathbf{E}_2$. Tangenciálny jednotkový vektor, rovnobežný s priamkou, v ktorej rovina obdĺžnika pretína