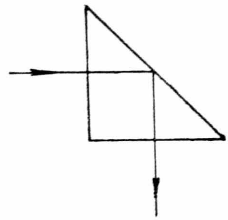
Keď redšie prostredie je vákuum, je $N_2 = 1$, $N_1 = N$ a

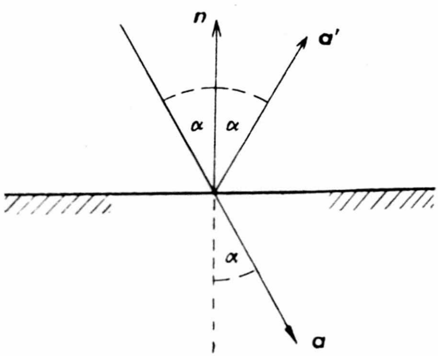
$$\sin \varepsilon = \frac{1}{N} \tag{4}$$

Hraničný uhol sa používa na meranie indexov lomu látok pomocou *refraktometrov* a na zhotovovanie tzv. *totálne reflektujúcich hranolov*. Absolútny index lomu napríklad pre korunové sklo je $N = 1{,}51$, takže hraničný uhol pre prechod svetla z tohto skla do vákua alebo aj do vzduchu, vyplývajúci zo vzťahu $\sin \varepsilon = 1/1{,}51 = 0{,}663$, je $41°30'$. Preto pri dopade svetla na rozhranie medzi sklom a vzduchom pod uhlom $45°$ (*obr. 10.6*) nastáva už úplný odraz.



Obr. 10.6.

10.2. Vektorové vyjadrenie zákona odrazu a lomu svetla. Pri hľadaní výsledného smeru svetelného lúča po jeho viacnásobnom odraze alebo lome na rovinných rozhraniach je výhodné používať vyjadrenie zákona odrazu alebo lomu svetla vo vektorovom tvare. Pri používaní vektorového počtu v geometrickej optike sa smer lúča charakterizuje jednotkovým vektorom s ním súhlasne rovnobežným a poloha rozhrania v priestore jednotkovým vektorom na rozhranie kolmým, orientovaným na stranu svetelného zdroja.



Obr. 10.7.

Majme na mysli najprv odraz svetelného lúča na rovinnom rozhraní (*obr. 10.7*), na ktoré je kolmý jednotkový vektor $\mathbf{n}$. Jednotkové vektory rovnobežné so smerom na rozhranie dopadajúceho lúča a rozhraním odrazeného nech sú $\mathbf{a}$ a $\mathbf{a}'$. Podľa *obr. 10.7* vektorové vyjadrenie *zákona odrazu* svetla môžeme priamo napísať:

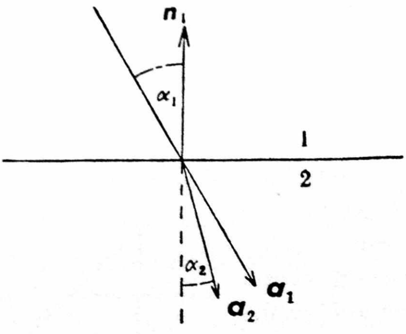
$$\mathbf{a}' \times \mathbf{n} = \mathbf{a} \times \mathbf{n} \tag{1}$$

Vektorovým vynásobením tejto rovnice jednotkovým vektorom $\mathbf{n}$ zľava pre vektor $\mathbf{a}'$ dostávame:

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{a}' \times \mathbf{n}) = \mathbf{n} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{n})$$

teda

$$\mathbf{a}' = (\mathbf{a}' \,.\, \mathbf{n})\,\mathbf{n} + \mathbf{a} - (\mathbf{a} \,.\, \mathbf{n})\,\mathbf{n} = \mathbf{a} - 2(\mathbf{a} \,.\, \mathbf{n})\,\mathbf{n} \tag{2}$$



Obr. 10.8.

Podľa *obr. 10.8 zákon lomu* vyjadruje rovnica

$$\frac{\boldsymbol{a}_1 \times \boldsymbol{n}_1}{\sin \alpha_1} = \frac{\boldsymbol{a}_2 \times \boldsymbol{n}_1}{\sin \alpha_2}$$

alebo, keď použijeme aj vzťah (10.1.2), podľa ktorého je napríklad $\sin \alpha_1 = \frac{N_2}{N_1} \sin \alpha_2$,

$$N_1(\boldsymbol{a}_1 \times \boldsymbol{n}_1) = N_2(\boldsymbol{a}_2 \times \boldsymbol{n}_1) \qquad (3)$$

alebo

$$N_1(\boldsymbol{a}_1 \times \boldsymbol{n}_1) + N_2(\boldsymbol{a}_2 \times \boldsymbol{n}_2) = 0$$

kde $\boldsymbol{n}_2$ je jednotkový vektor na rozhranie kolmý, orientovaný do druhého prostredia.

Príklad 1. Vypočítame polohu rovinného zrkadla, ktoré svetelný lúč rovnobežný s jednotkovým vektorom $\boldsymbol{a}$ má odrážať v smere rovnobežnom s jednotkovým vektorom $\boldsymbol{a}'$.

Hľadanú polohu zrkadla určuje jednotkový vektor $\boldsymbol{n}$ v rovnici (2). Skalárnym vynásobením tejto rovnice vektorom $\boldsymbol{a}$ dostávame rovnicu

$$\boldsymbol{a}' \cdot \boldsymbol{a} = 1 - 2(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{n})^2$$

z ktorej vyplýva:

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{n} = -\sqrt{\frac{1 - \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a}'}{2}}$$

Záporné znamienko bolo treba vo vzorci napísať preto, lebo svetelný lúč dopadajúci na rozhranie zviera s normálovým jednotkovým vektorom $\boldsymbol{n}$ podľa prijatej dohody o jeho orientácii vždy uhol tupý. Dosadením tohto výsledku do rovnice (2) pre jednotkový vektor $\boldsymbol{n}$ vychádza:

$$\boldsymbol{n} = \frac{\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{a}}{-2(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{n})} = \frac{\boldsymbol{a}' - \boldsymbol{a}}{\sqrt{2(1 - \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a}')}}$$

Jeho smerové kosínusy nájdeme použitím vyjadrení

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{i} \cos \alpha + \boldsymbol{j} \cos \beta + \boldsymbol{k} \cos \gamma$$

$$\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{i} \cos \alpha' + \boldsymbol{j} \cos \beta' + \boldsymbol{k} \cos \gamma'$$

$$\boldsymbol{n} = \boldsymbol{i} \cos \varphi + \boldsymbol{j} \cos \psi + \boldsymbol{k} \cos \chi$$

$$\frac{1}{p} = \sqrt{2(1 - \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a}')} = \sqrt{2(1 - \cos \delta)}$$

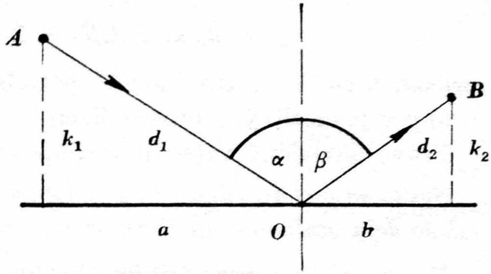
kde δ je uhol vyjadrujúci veľkosť zmeny smeru svetelného lúča,

$$\mathbf{n} = \mathbf{i}p(\cos\alpha' - \cos\alpha) + \mathbf{j}p(\cos\beta' - \cos\beta) + \mathbf{k}p(\cos\gamma' - \cos\gamma)$$

takže

$$\cos\varphi = p(\cos\alpha' - \cos\alpha)$$
$$\cos\psi = p(\cos\beta' - \cos\beta)$$
$$\cos\chi = p(\cos\gamma' - \cos\gamma)$$

10.3. Fermatov princíp. Vzdialenosť dvoch bodov v tom istom prostredí, znásobená jeho absolútnym indexom lomu, nazýva sa optickou dráhou svetla na tejto spojnici, $d_0 = dN$. Ak svetlo prechádza postupne rozličnými prostrediami, jeho optickú dráhu určuje vzorec $d_0 = \Sigma\, d_i N_i$. Fermatov princíp (vyslovil ho francúzsky matematik a fyzik P. Fermat už r. 1679), ktorý možno považovať za základný princíp geometrickej optiky, hovorí:



Obr. 10.9.

Svetlo sa šíri vo vákuu aj v hmotnom prostredí pozdĺž čiary, ktorej optická dĺžka vzhľadom na iné, od nej málo odlišné čiary, je extrémna (minimálna, maximála alebo rovnaká).

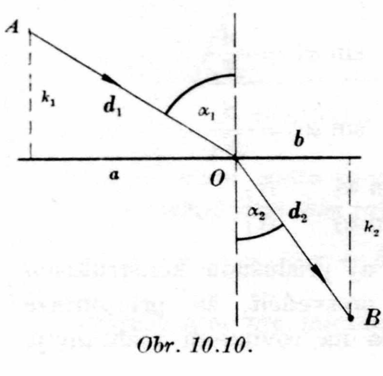
Zákon odrazu. Hľadajme taký bod O na rovinnom rozhraní dvoch prostredí (*obr. 10.9*), aby optická dráha svetla pri odraze na rozhraní z bodu A cez bod O do bodu B bola extrémna. Podľa *obr. 10.9* je $d_0 = N(d_1 + d_2) = N\left(\sqrt{k_1^2 + a^2} + \sqrt{k_2^2 + b^2}\right)$, takže podľa Fermatovho princípu má byť

$$\delta d_0 = N\left(\frac{a\delta a}{d_1} + \frac{b\delta b}{d_2}\right) = 0$$

Pretože však $a + b = \text{const}$, takže $\delta a + \delta b = 0$, alebo $\delta b = -\delta a$, z predošlého vzťahu vyplýva

$$\sin\alpha = \frac{a}{d_1} = \frac{b}{d_2} = \sin\beta$$

t. j. $\alpha = \beta$.



Obr. 10.10.

Zákon lomu. V prípade lomu svetelného lúča podľa *obr. 10.10* z Fermatovho princípu podobným spôsobom vyplýva rovnica

$$\delta d_0 = N_1\frac{a\delta a}{d_1} + N_2\frac{b\delta b}{d_2} = 0$$

z ktorej, keďže je opäť $\delta b = -\delta a$, vyplýva

$$N_1 \sin\alpha_1 = N_2 \sin\alpha_2$$