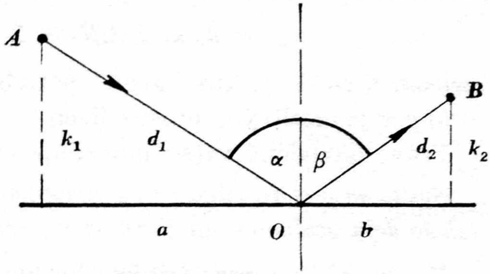
$$\mathbf{n} = \mathbf{i}p\,(\cos\alpha' - \cos\alpha) + \mathbf{j}p\,(\cos\beta' - \cos\beta) + \mathbf{k}p\,(\cos\gamma' - \cos\gamma)$$

takže

$$\cos\varphi = p(\cos\alpha' - \cos\alpha)$$
$$\cos\psi = p(\cos\beta' - \cos\beta)$$
$$\cos\chi = p(\cos\gamma' - \cos\gamma)$$

10.3. Fermatov princíp. Vzdialenosť dvoch bodov v tom istom prostredí, znásobená jeho absolútnym indexom lomu, nazýva sa optickou dráhou svetla na tejto spojnici, $d_0 = dN$. Ak svetlo prechádza postupne rozličnými prostrediami, jeho optickú dráhu určuje vzorec $d_0 = \Sigma\, d_i N_i$. Fermatov princíp (vyslovil ho francúzsky matematik a fyzik P. Fermat už r. 1679), ktorý možno považovať za základný princíp geometrickej optiky, hovorí:

Svetlo sa šíri vo vákuu aj v hmotnom prostredí pozdĺž čiary, ktorej optická dĺžka vzhľadom na iné, od nej málo odlišné čiary, je extrémna (minimálna, maximála alebo rovnaká).



Obr. 10.9.

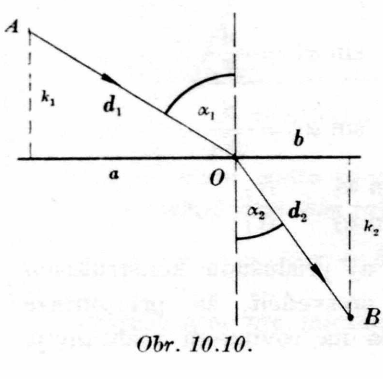
Zákon odrazu. Hľadajme taký bod O na rovinnom rozhraní dvoch prostredí (*obr. 10.9*), aby optická dráha svetla pri odraze na rozhraní z bodu A cez bod O do bodu B bola extrémna. Podľa *obr. 10.9* je $d_0 = N(d_1 + d_2) = N\left(\sqrt{k_1^2 + a^2} + \sqrt{k_2^2 + b^2}\right)$, takže podľa Fermatovho princípu má byť

$$\delta d_0 = N\left(\frac{a\delta a}{d_1} + \frac{b\delta b}{d_2}\right) = 0$$

Pretože však $a + b = \text{const}$, takže $\delta a + \delta b = 0$, alebo $\delta b = -\delta a$, z predošlého vzťahu vyplýva

$$\sin\alpha = \frac{a}{d_1} = \frac{b}{d_2} = \sin\beta$$

t. j. $\alpha = \beta$.



Obr. 10.10.

Zákon lomu. V prípade lomu svetelného lúča podľa *obr. 10.10* z Fermatovho princípu podobným spôsobom vyplýva rovnica

$$\delta d_0 = N_1\frac{a\delta a}{d_1} + N_2\frac{b\delta b}{d_2} = 0$$

z ktorej, keďže je opäť $\delta b = -\delta a$, vyplýva

$$N_1 \sin\alpha_1 = N_2 \sin\alpha_2$$

alebo

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = n_{12} = \frac{N_2}{N_1}$$

Z Huygensovho princípu (čl. 8.12, diel I) vyplýva, že relatívny index lomu vlnenia na rozhraní dvoch prostredí, v ktorých sa vlnenie širi s rýchlosťami c_1 a c_2, je

$$n_{12} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{c_1}{c_2} \tag{1}$$

teda $c_1N_1 = c_2N_2 = c$, ak c je rýchlosť svetla vo vákuu. To nám umožňuje vyjadriť optickú dĺžku dráhy svetla takto:

$$d_0 = \Sigma\, d_iN_i = \Sigma\, c_it_iN_i = c\, \Sigma\, t_i = ct$$

pričom t_i sú časy, ktoré svetlo potrebuje na prebehnutie svojej geometrickej dráhy v jednotlivých prostrediach.

Práve odvodený vzťah umožňuje vysloviť Fermatov princíp aj vetou:

Svetlo sa šíri vo vákuu aj v hmotnom prostredí pozdĺž čiary, po ktorej trvanie tohoto deja vzhľadom na čiary od nej málo odlišné je extrémne.

Matematickým vyjadrením obsahu Fermatovho princípu sú teda vzájomne rovnocenné rovnice $\delta d_0 = 0$ a $\delta t = 0$. V prípade, že svetlo prechádza prostredím, ktorého index lomu sa spojite mení, treba Fermatov princíp písať vo tvare

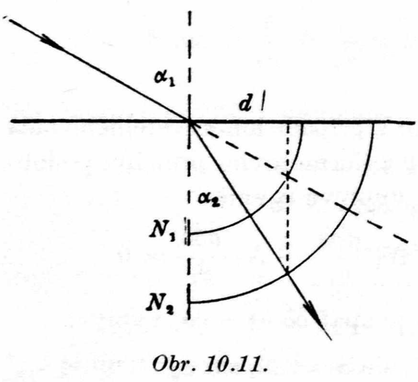
$$\delta \int_A^B N\, \mathrm{d}s = 0 \tag{2}$$

Konštrukcia lúča zlomeného. V mieste dopadu svetla na rozhranie zostrojíme dve kružnice s polomermi, ktoré sa číselne rovnajú absolútnym indexom lomu. Kolmica na rozhranie, zostrojená v priesečníku predĺženia smeru dopadajúceho lúča s kružnicou zodpovedajúcou prvému prostrediu, určuje na druhej kružnici bod lúča zlomeného. Je totiž podľa *obr. 10.11.*

$$\sin \alpha_1 = \frac{d}{N_1}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{d}{N_2}$$

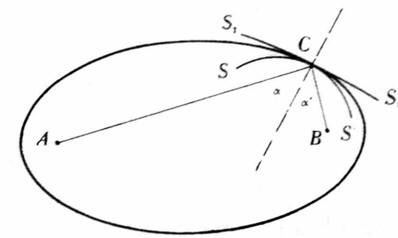
$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{N_2}{N_1} = n_{12}$$



Obr. 10.11.

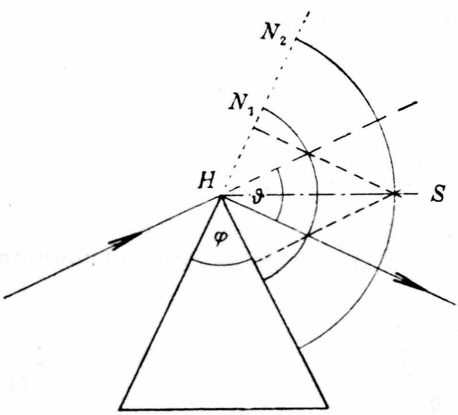
Výpočtom aj príslušnou konštrukciou sa môžeme presvedčiť, že pri odraze a lomu svetla na rovinnom rozhraní je optická dráha svetla minimálna. Z Fermatovho princípu aj to nevyplýva. Ten hovorí len toľko, že je extrémna. Ľahko sa presvedčíme, že podľa zakrivenia odrážájúcej alebo lámavej plochy optická dráha svetla môže byť aj maximálna alebo konštantná.

Za tým účelom majme na mysli napríklad duté zrkadlo tvaru rotačného elipsoidu (*obr. 10.12*) s ohniskami v bodoch A a B. Keďže normála v ľubovoľnom bode C tejto plochy zviera so spojnicami $\overline{AC}$ a $\overline{BC}$ rovnaké uhly, značí to, že každý svetelný lúč vychádzajúci z bodu A po odraze na zrkadle prechádza bodom B, pričom súčet dĺžok $\overline{AC} + \overline{BC}$ má konštantnú hodnotu. Pre túto okolnosť geometrická a v tomto prípade aj optická dráha všetkých lúčov vychádzajúcich z bodu A a odrážaných na zrkadle do bodu B medzi týmito bodmi je rovnako veľká. S ohľadom na rotačnú plochu znázornenú na *obr. 10.12* v reze oblúkom SS' je však dráha ACB zrejme maximálna a s ohľadom na plochu S_1S_1' minimálna.

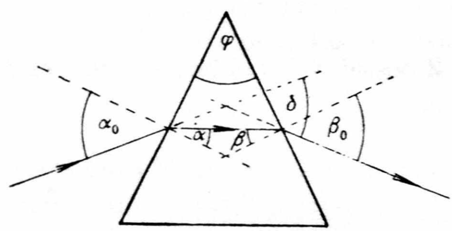


Obr. 10.12.

10.4. Lom svetelného lúča hranolom. Konštrukcia lomu svetelného lúča v hlavnom reze optického hranola je znázornená na *obr. 10.13*. Z obrazu je zrejmé, že odklon dvakrát zlomeného lúča od jeho pôvodného smeru je najmenší, keď spojnica HS je na os lámavého uhla hranola kolmá.



Obr. 10.13.



Obr. 10.14.

Tento výsledok, vyplývajúci z konštrukcie lomu, môže sa však odvodiť aj takto: Podľa *obr. 10.14* celková zmena smeru svetelného lúča pri jeho prechode cez hranol je

$$\delta = \alpha_0 - \alpha + \beta_0 - \beta = \alpha_0 + \beta_0 - (\alpha + \beta) = \alpha_0 + \beta_0 - \varphi$$

Podmienkou pre minimálny odklon je rovnica $\dfrac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\alpha_0} = 0$, t. j. $1 + \dfrac{\mathrm{d}\beta_0}{\mathrm{d}\alpha_0} = 0$.