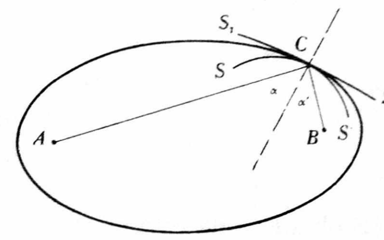
optická dráha svetla minimálna. Z Fermatovho princípu aj to nevyplýva. Ten hovorí len toľko, že je extrémna. Ľahko sa presvedčíme, že podľa zakrivenia odrážájúcej alebo lámavej plochy optická dráha svetla môže byť aj maximálna alebo konštantná.

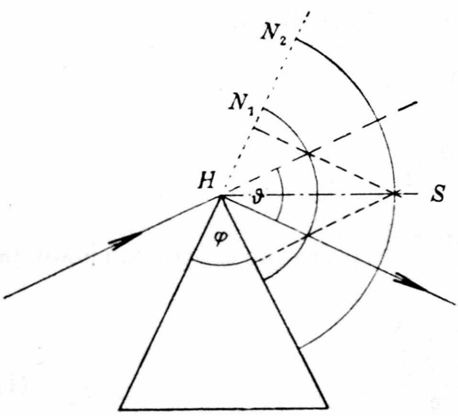
Za tým účelom majme na mysli napríklad duté zrkadlo tvaru rotačného elipsoidu (*obr. 10.12*) s ohniskami v bodoch A a B. Keďže normála v ľubovoľnom bode C tejto plochy zviera so spojnicami $\overline{AC}$ a $\overline{BC}$ rovnaké uhly, značí to, že každý svetelný lúč vychádzajúci z bodu A po odraze na zrkadle prechádza bodom B, pričom súčet dĺžok $\overline{AC} + \overline{BC}$ má konštantnú hodnotu. Pre túto okolnosť geometrická a v tomto prípade aj optická dráha všetkých lúčov vychádzajúcich z bodu A a odrážaných na zrkadle do bodu B medzi týmito bodmi je rovnako veľká. S ohľadom na rotačnú plochu znázornenú na *obr. 10.12* v reze oblúkom SS' je však dráha ACB zrejme maximálna a s ohľadom na plochu S_1S_1' minimálna.



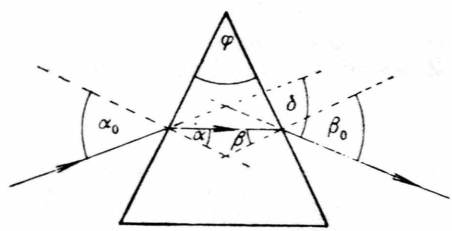
Obr. 10.12.

10.4. Lom svetelného lúča hranolom. Konštrukcia lomu svetelného lúča v hlavnom reze optického hranola je znázornená na *obr. 10.13*. Z obrazu je zrejmé, že odklon dvakrát zlomeného lúča od jeho pôvodného smeru je najmenší, keď spojnica HS je na os lámavého uhla hranola kolmá.

Tento výsledok, vyplývajúci z konštrukcie lomu, môže sa však odvodiť aj takto: Podľa *obr. 10.14* celková zmena smeru svetelného lúča pri jeho prechode cez hranol je



Obr. 10.13.



Obr. 10.14.

$$\delta = \alpha_0 - \alpha + \beta_0 - \beta = \alpha_0 + \beta_0 - (\alpha + \beta) = \alpha_0 + \beta_0 - \varphi$$

Podmienkou pre minimálny odklon je rovnica $\dfrac{d\delta}{d\alpha_0} = 0$, t. j. $1 + \dfrac{d\beta_0}{d\alpha_0} = 0$.

Uhly α_0, α, β, β_0 spĺňajú vzťahy:

$$\sin\beta_0 = N\sin\beta, \qquad \alpha + \beta = \varphi, \qquad \sin\alpha_0 = N\sin\alpha$$

z ktorých vyplýva:

$$\cos\beta_0 \,.\, \mathrm{d}\beta_0 = N\cos\beta \,.\, \mathrm{d}\beta, \quad \mathrm{d}\beta = -\mathrm{d}\alpha, \quad \cos\alpha_0 \,.\, \mathrm{d}\alpha_0 = N\cos\alpha \,.\, \mathrm{d}\alpha$$

$$\mathrm{d}\beta_0 = N\frac{\cos\beta}{\cos\beta_0} \,.\, \mathrm{d}\beta = -N\frac{\cos\beta}{\cos\beta_0} \,.\, \mathrm{d}\alpha = -\frac{\cos\beta\cos\alpha_0}{\cos\alpha\cos\beta_0} \,.\, \mathrm{d}\alpha_0$$

$$\frac{\mathrm{d}\beta_0}{\mathrm{d}\alpha_0} = -\frac{\cos\beta\cos\alpha_0}{\cos\alpha\cos\beta_0}$$

S ohľadom na rovnicu $1 + \dfrac{\mathrm{d}\beta_0}{\mathrm{d}\alpha_0} = 0$ platí teda:

$$\frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha} = \frac{\cos\beta_0}{\cos\beta}$$

alebo

$$\alpha = \beta = \frac{\varphi}{2}$$

lebo $\alpha + \beta = \varphi$.

Pri minimálnej úchylke (deviácii) prechádza svetelný lúč vnútri hranola kolmo na os lámavého uhla. Veľkosť minimálnej úchylky je

$$\delta = \alpha_0 + \beta_0 - \varphi$$

takže

$$\alpha_0 = \beta_0 = \frac{\varphi + \delta}{2}$$

Z posledných vzťahov a zo vzorca $N = \dfrac{\sin\alpha_0}{\sin\alpha}$ vyplýva pre index lomu hodnota

$$N = \frac{\sin\dfrac{\varphi + \delta}{2}}{\sin\dfrac{\varphi}{2}} \tag{1}$$

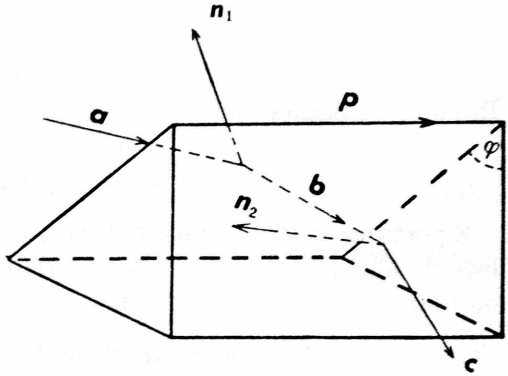
Na používaní tohto vzorca je založená metóda merania indexov lomu svetla pomocou *spektrometrov*.

Ak lámavý uhol hranola φ a následkom toho aj zmena smeru δ svetelného lúča sú malé, je približne $N = (\varphi + \delta)/\varphi$, alebo

$$\delta = \varphi(N - 1) \tag{2}$$

Príklad 1. Ako ďalší príklad na použitie vektorového počtu v geometrickej optike vypočítame smer svetelného lúča po jeho prechode optickým hranolom v prípade, že lúč dopadajúci na hranol nie je kolmý na lámavú hranu hranola, s ktorou je rovnobežný jednotkový vektor $\boldsymbol{p}$ (*obr. 10.15*).

Jednotkové vektory postupne rovnobežné so smerom svetelného lúča nech sú $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ a $\boldsymbol{c}$ a na lámavé steny hranola kolmé vektory $\boldsymbol{n}_1$ a $\boldsymbol{n}_2$. Keď absolútny index lomu materiálu hranola je N a za abs. index lomu jeho okolia možno písať číslo 1, podľa rovnice (3) v čl. 10.2 lom svetelného lúča pri jeho vstupe a výstupe z hranola vyjadrujú rovnice:



Obr. 10.15.

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{n}_1 &= N(\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{n}_1) \\ N(\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{n}_2) &= \boldsymbol{c} \times \boldsymbol{n}_2 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(a)}$$

Skalárnym vynásobením prvej rovnice vektorom $\boldsymbol{n}_2$ a druhej vektorom $\boldsymbol{n}_1$ dostávame z nich rovnice:

$$\boldsymbol{a} \,.\, (\boldsymbol{n}_1 \times \boldsymbol{n}_2) = N\boldsymbol{b} \,.\, (\boldsymbol{n}_1 \times \boldsymbol{n}_2) = \boldsymbol{c} \,.\, (\boldsymbol{n}_1 \times \boldsymbol{n}_2)$$

alebo, keďže zrejme $\boldsymbol{n}_1 \times \boldsymbol{n}_2 = -\boldsymbol{p} \sin \varphi$, rovnice:

$$\boldsymbol{a} \,.\, \boldsymbol{p} = N(\boldsymbol{b} \,.\, \boldsymbol{p}) = \boldsymbol{c} \,.\, \boldsymbol{p} \qquad \text{(b)}$$

Podľa tohto výsledku lúč vystupujúci z hranola zviera s jeho lámavou hranou rovnaký uhol ϑ_3, ako je uhol ϑ_1, zovretý na hranol dopadajúcim lúčom a touto hranou. Keď uhol zovretý vektormi $\boldsymbol{p}$ a $\boldsymbol{b}$ označíme ϑ_2, predošlú rovnicu môžeme písať aj takto:

$$\cos \vartheta_1 = N \cos \vartheta_2 = \cos \vartheta_3 \qquad \text{(c)}$$

Rozložme vektory $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ a $\boldsymbol{c}$ na zložky rovnobežné s hlavným rezom hranola a na zložky rovnobežné s jeho lámavou hranou podľa vzorcov:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{a} &= \boldsymbol{a}_0 \sin \vartheta_1 + \boldsymbol{p} \cos \vartheta_1 \\ \boldsymbol{b} &= \boldsymbol{b}_0 \sin \vartheta_2 + \boldsymbol{p} \cos \vartheta_2 \\ \boldsymbol{c} &= \boldsymbol{c}_0 \sin \vartheta_3 + \boldsymbol{p} \cos \vartheta_3 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(d)}$$

a dosaďme tieto vyjadrenia vektorov $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ a $\boldsymbol{c}$ do rovníc (a). Vychádza:

$$(\boldsymbol{a}_0 \times \boldsymbol{n}_1) \sin \vartheta_1 + (\boldsymbol{p} \times \boldsymbol{n}_1) \cos \vartheta_1 = N(\boldsymbol{b}_0 \times \boldsymbol{n}_1) \sin \vartheta_2 + N(\boldsymbol{p} \times \boldsymbol{n}_1) \cos \vartheta_2$$
$$N(\boldsymbol{b}_0 \times \boldsymbol{n}_2) \sin \vartheta_2 + N(\boldsymbol{p} \times \boldsymbol{n}_2) \cos \vartheta_2 = (\boldsymbol{c}_0 \times \boldsymbol{n}_2) \sin \vartheta_3 + (\boldsymbol{p} \times \boldsymbol{n}_2) \cos \vartheta_3$$

alebo, s ohľadom na rovnicu (c),

$$\left.\begin{aligned}(\boldsymbol{a}_0 \times \boldsymbol{n}_1) \sin \vartheta_1 &= N(\boldsymbol{b}_0 \times \boldsymbol{n}_1) \sin \vartheta_2 \\ N(\boldsymbol{b}_0 \times \boldsymbol{n}_2) \sin \vartheta_2 &= (\boldsymbol{c}_0 \times \boldsymbol{n}_0) \sin \vartheta_3\end{aligned}\right\} \tag{e}$$

Zaveďme označenie

$$N_0 = N \frac{\sin \vartheta_2}{\sin \vartheta_1} = N \frac{\sin \vartheta_2}{\sin \vartheta_3} \tag{f}$$

Rovnice (e) potom budú:

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{a}_0 \times \boldsymbol{n}_1 &= N_0(\boldsymbol{b}_0 \times \boldsymbol{n}_1) \\ N_0(\boldsymbol{b}_0 \times \boldsymbol{n}_2) &= \boldsymbol{c}_0 \times \boldsymbol{n}_2\end{aligned}\right\} \tag{g}$$

Z porovnania týchto rovníc s rovnicami (a) vyplýva, že projekcia svetelného lúča do hlavného rezu hranola sa v hranole lomí tak, ako keby lúč dopadajúci na hranol bol kolmý na jeho lámavú hranu, len namiesto indexu lomu materiálu hranola N treba písať $N_0 = N \dfrac{\sin \vartheta_2}{\sin \vartheta_1}$. Pritom z rovníc (c) a (f) pre veličinu N_0 vyplýva:

$$N_0^2 = N^2 + (N^2 - 1) \operatorname{cotg}^2 \vartheta_1 \tag{h}$$

Lom bieleho svetla je vždy spojený s jeho *rozkladom* (*disperziou*) na jednotlivé farebné zložky. Príčinou toho je, že absolútny index lomu N určitej látky je pre rôzne farby, t. j. pre svetlo rôznych vlnových dĺžok, rôzny. Obyčajne sa abs. index lomu s rastúcou vlnovou dĺžkou zmenšuje; pre svetlo červenej farby je teda najmenší a pre svetlo fialovej farby najväčší. Preto pri šikmom dopade bieleho svetla napríklad na rozhranie vzduchu a skla v zlomenom svetle sú od pôvodného smeru najmenej odklonené lúče farby *červenej*, po ktorých postupne nasledujú lúče farby *oranžovej*, *žltej*, *zelenej*, *modrej* a nakoniec *fialovej*. Keď sa výnimočne index lomu s rastúcou vlnovou dĺžkou zväčšuje, hovoríme, že ide o *anomálnu disperziu*.

V bielom slnečnom svetle v dôsledku absorpcie svetla v plynovom obale Slnka aj v ovzduší Zeme niektoré jeho monochromatické zložky sú zoslabené. Prejavuje sa to v podobe tmavých tzv. *Frauenhoferových čiar* v slnečnom spektre, ležiacich v jeho rôznych farebných oblastiach. Pretože svojou polohou v spektre zodpovedajú celkom určitým vlnovým dĺžkam, v praktickej optike sa používajú na vyjadrenie *lomivosti* a *disperznej schopnosti* optických skiel. V praktickej optike používané Frauenhoferove čiary sú:

B, červená (kyslíková)	$\lambda = 686{,}7$ mμ
C, oranžová (vodíková)	$\lambda = 659{,}3$ mμ
D, žltá (sodíková)	$\lambda = 589{,}3$ mμ
F, svetlomodrá (vodíková)	$\lambda = 486{,}1$ mμ
G, tmavomodrá (vodíková)	$\lambda = 434{,}1$ mμ

Najdôležitejšie sú čiary C, D a F, lebo pre svetlo s vlnovými dĺžkami v rozsahu týchto čiar je ľudské oko pomerne najcitlivejšie (najcitlivejšie je pre svetlo žltozelené, ktorého vlnová dĺžka je asi 555 mμ).

Lomivosť optického skla sa obyčajne charakterizuje jeho absolútnym indexom lomu pre svetlo zodpovedajúce Frauenhoferovej čiare D (t. j. svetlu sodíkovému). Disperzná schopnosť sa vyjadruje tzv. *strednou disperziou*

$$\mu = N_F - N_C \tag{3}$$

alebo *strednou relatívnou disperziou*

$$\nu = \frac{N_F - N_C}{N_D - 1} \tag{4}$$

Pretože tieto veličiny sú obidve veľmi malé, používa sa tiež tzv. *recipročná relatívna disperzia*.

$$\nu^* = \frac{N_D - 1}{N_F - N_C} \tag{5}$$

Tabuľka 10.1

Absolútne indexy lomu a disperzie niektorých látok

Frauenhoferova čiara	λ v mμ	Voda	Alkohol	Sírouhlík	Ľahké kor. sklo	Ťažké flint. sklo
C	659,3	1,3314	1,3609	1,6199	1,5127	1,7434
D	589,3	1,3332	1,3625	1,6291	1,5153	1,7515
F	486,1	1,3373	1,3665	1,6541	1,5214	1,7723
μ		0,0059	0,0056	0,0342	0,0087	0,0289
ν		0,0177	0,0154	0,0543	0,0169	0,0385
ν^*		56,5	64,7	18,4	52,2	26,0

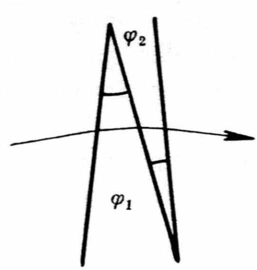
Príklad 2. Dva optické hranoly s malými lámavými uhlami φ_1 a φ_2 nech sú zhotovené, prvý z korunového skla, druhý z flintového. Vypočítame, aký veľký má byť uhol φ_2 pri danej veľkosti uhla φ_1, keď tesná kombinácia týchto hranolov podľa *obr. 10.16* má byť vzhľadom na Frauenhoferove čiary C a F achromatická, t. j. lúče týchto dvoch farieb majú vychádzať z kombinácie hranolov rovnobežne, ak na vstupnú stenu dopadli aspoň približne kolmo.

Podľa vyslovenej požiadavky má byť splnená rovnica

$$(\delta_1 - \delta_2)_C = (\delta_1 - \delta_2)_F$$

teda, podľa vzorca (2), rovnica

$$\varphi_1(N_{1C} - 1) - \varphi_2(N_{2C} - 1) = \varphi_1 (N_{1F} - 1) - \varphi_2(N_{2F} - 1)$$



Obr. 10.16.

alebo

$$\varphi_1(N_{1F} - N_{1C}) = \varphi_2(N_{2F} - N_{2C})$$

takže

$$\varphi_2 = \frac{N_{1F} - N_{1C}}{N_{2F} - N_{2C}}\,\varphi_1$$

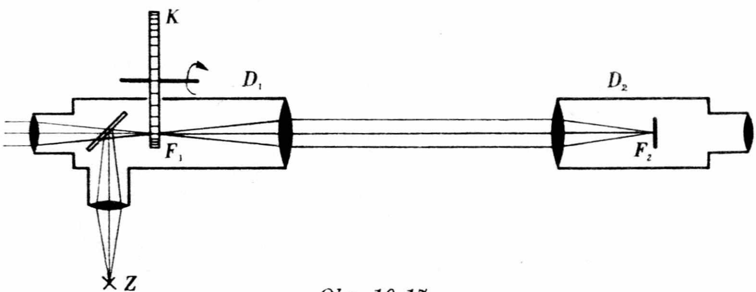
Podľa údajov *tabuľky 10.1* vychádza

$$\varphi_2 = \frac{1{,}7723 - 1{,}7434}{1{,}5214 - 1{,}5127}\,\varphi_1 = 0{,}3\varphi_1$$

Zmena smeru svetelného lúča pre svetlo určené Frauenhoferovou čiarou D je pritom

$$\delta = \delta_{1D} - \delta_{2D} = \varphi_1(N_{1D} - 1) - \varphi_2(N_{2D} - 1) \doteq 0{,}3\varphi_1$$

10.5. Fázová a grupová rýchlosť svetla. Rýchlosť svetla vo vákuu, vo vzduchu alebo aj v inom hmotnom prostredí bola meraná rozličnými metódami astronomickými, pozemskými aj laboratórnymi. Francúzsky fyzik H. L. Fizeau meral túto pre fyziku veľmi významnú veličinu ako prvý už r. 1849 pomocou pozemského zariadenia, ktorého schému podáva *obr. 10.17*. Skladá sa z dvoch



Obr. 10.17.

na nekonečno zaostrených ďalekohľadov D_1 a D_2 so spoločnou optickou osou, postavených vo vzdialenosti niekoľko kilometrov od seba. Keby do ďalekohľadu D_1 nezasahovalo ozubené koleso K so širokými zubami a úzkymi medzerami medzi nimi, svetlo vychádzajúce z bodového zdroja Z po odraze na zrkadle v ohnisku objektívu druhého ďalekohľadu by sa dostávalo nerušene do okuláru prvého ďalekohľadu. Keď sa koleso K začne roztáčať, zorné pole v okulári prvého ďalekohľadu sa najprv zatemní, avšak sa opäť vyjasní, keď výmena dvoch susedných medzier v kolese K nastáva v čase, ktoré svetlo potrebuje na prebehnutie dráhy $s = \overline{F_1F_2}$ tam a naspäť. Z dvoch vyjadrení tohoto času vyplýva rovnica $2s/c = T/n = 1/\nu n$, takže

$$c = 2s\nu n$$

kde ν je frekvencia otáčania sa kolesa a n značí počet jeho zubov. Prvé popísa-