alebo

$$\varphi_1(N_{1F} - N_{1C}) = \varphi_2(N_{2F} - N_{2C})$$

takže

$$\varphi_2 = \frac{N_{1F} - N_{1C}}{N_{2F} - N_{2C}}\,\varphi_1$$

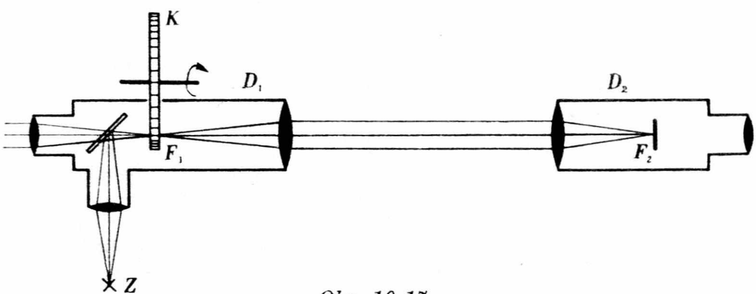
Podľa údajov *tabuľky 10.1* vychádza

$$\varphi_2 = \frac{1{,}7723 - 1{,}7434}{1{,}5214 - 1{,}5127}\,\varphi_1 = 0{,}3\varphi_1$$

Zmena smeru svetelného lúča pre svetlo určené Frauenhoferovou čiarou D je pritom

$$\delta = \delta_{1D} - \delta_{2D} = \varphi_1(N_{1D} - 1) - \varphi_2(N_{2D} - 1) \doteq 0{,}3\varphi_1$$

10.5. Fázová a grupová rýchlosť svetla. Rýchlosť svetla vo vákuu, vo vzduchu alebo aj v inom hmotnom prostredí bola meraná rozličnými metódami astronomickými, pozemskými aj laboratórnymi. Francúzsky fyzik H. L. Fizeau meral túto pre fyziku veľmi významnú veličinu ako prvý už r. 1849 pomocou pozemského zariadenia, ktorého schému podáva *obr. 10.17*. Skladá sa z dvoch



Obr. 10.17.

na nekonečno zaostrených ďalekohľadov D_1 a D_2 so spoločnou optickou osou, postavených vo vzdialenosti niekoľko kilometrov od seba. Keby do ďalekohľadu D_1 nezasahovalo ozubené koleso K so širokými zubami a úzkymi medzerami medzi nimi, svetlo vychádzajúce z bodového zdroja Z po odraze na zrkadle v ohnisku objektívu druhého ďalekohľadu by sa dostávalo nerušene do okuláru prvého ďalekohľadu. Keď sa koleso K začne roztáčať, zorné pole v okulári prvého ďalekohľadu sa najprv zatemní, avšak sa opäť vyjasní, keď výmena dvoch susedných medzier v kolese K nastáva v čase, ktoré svetlo potrebuje na prebehnutie dráhy $s = \overline{F_1F_2}$ tam a naspäť. Z dvoch vyjadrení tohoto času vyplýva rovnica $2s/c = T/n = 1/\nu n$, takže

$$c = 2s\nu n$$

kde ν je frekvencia otáčania sa kolesa a n značí počet jeho zubov. Prvé popísaným zariadením uskutočnené merania poskytli pre rýchlosť svetla hodnotu $c = 313\,290$ km/s, neskoršie hodnotu $c = 299\,776{,}80$ km/s.

Dnes sa za najpresnejšiu metódu merania rýchlosti svetla považuje metóda používajúca dutinový rezonátor pre elektromagnetické vlnenie s vhodnou, niekoľko centimetrovou vlnovou dĺžkou. Vlnové dĺžky λ stojatého elektromagnetického vlnenia vnútri rezonátora zhotoveného z dobre vodivých kovových dosák tvaru pravouhlého rovnobežnostenu jednoducho a známym spôsobom súvisia s jeho rozmermi, ktoré možno zmerať veľmi presne. Keď sa okrem toho priamym meraním určí vlnovej dĺžke λ prislúchajúca frekvencia ν, rýchlosť postupu vlnenia udáva vzťah $c = \nu\lambda$. Touto metódou sa našla hodnota

$$c_0 = 2{,}997\,93 \,.\, 10^8 \text{ m/s}$$

Rýchlosť svetla v materiálnom prostredí — ako už vieme — je však iná, vždy menšia ako vo vákuu a je závislá aj od vlnovej dĺžky svetla. S absolútnym indexom lomu materiálu súvisí podľa vzťahu (10.3.1), z ktorého, ak v ňom za prvé prostredie zvolíme vákuum, dostaneme $N = c_0/c$, teda $c = c_0/N$.

Závislosť rýchlosti svetla v hmotnom prostredí od jeho vlnovej dĺžky má veľmi zaujímavý a pre fyziku veľmi významný dôsledok. Predstavme si, že v nejakom hmotnom prostredí pozdĺž v ňom zvolenej osi $+X$ sa šíria dve harmonické, napríklad v tej istej rovine lineárne polarizované svetelné vlny dané výrazmi

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0 \sin \omega_1 \left(t - \frac{x}{c_1}\right)$$

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_0 \sin \omega_2 \left(t - \frac{x}{c_2}\right)$$

Výsledný elektrický vektor je potom

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \left[\sin 2\pi \left(\frac{t}{T_1} - \frac{x}{\lambda_1}\right) + \sin 2\pi \left(\frac{t}{T_2} - \frac{x}{\lambda_2}\right)\right] =$$

$$= 2\mathbf{E}_0 \left[\sin \pi \left(t \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} - x \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2}\right) . \cos \pi \left(t \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} - x \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2}\right)\right]$$

V prípade, že vlnové dĺžky λ_1 a λ_2 a tým aj periódy T_1 a T_2 a rýchlosti c_1 a c_2 sú od seba len málo odlišné, môžeme s určitou prípustnou aproximáciou písať

$$\mathbf{E} = 2\mathbf{E}_0 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) . \cos \pi \left(\frac{t\,\Delta T}{T^2} - \frac{x\,\Delta\lambda}{\lambda^2}\right)$$

a súčasne $c_1 = c_2 = c$. Keďže veličiny, ΔT vzhľadom na T a $\Delta\lambda$ vzhľadom na λ sú malé, na závislosť vektora $\mathbf{E}$ od času a miesta sa môžeme pozerať ako na harmonickú závislosť s pomaly sa meniacou amplitúdou.

Hľadajme rýchlosť c_g, ktorou postupuje vo vlnení napríklad maximum amplitúdy. Vyplýva zrejme z rovnice

$$\frac{t\,\Delta T}{T^2} = \frac{x\,\Delta\lambda}{\lambda^2}$$

$$c_g = \frac{x}{t} = \frac{\lambda^2}{T^2} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta\lambda} \doteq c^2 \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\lambda} \tag{1}$$

Podobný výsledok by sme dostali aj v prípade superpozície väčšieho počtu harmonických vlnení s málo odlišnými frekvenciami. Pre túto príčinu rýchlosť c_g postupu určitej, napríklad maximálnej amplitúdy zloženého vlnenia (v rádiotechnickej terminológii signálu na nosnej vlne) nazýva sa *rýchlosť grupová* a rýchlosť c *fázová*. Ak niet disperzie, t. j. ak fázová rýchlosť je nezávislá od frekvencie, je $c_g = c^2 \dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}(cT)} = c$.

Pretože vlnenie lepšie charakterizuje frekvencia ako vlnová dĺžka v náhodnom prostredí, vzorec (1) je výhodné prepísať na iný tvar

$$\frac{1}{c_g} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\mathrm{d}\left(\dfrac{c}{\nu}\right)}{\mathrm{d}\left(\dfrac{1}{\nu}\right)} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\nu\,\mathrm{d}c - c\,\mathrm{d}\nu}{-\mathrm{d}\nu} = \frac{1}{c^2}\left(c - \nu\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}\nu}\right) = \frac{\mathrm{d}\left(\dfrac{\nu}{c}\right)}{\mathrm{d}\nu} \tag{2}$$

Pri priamom meraní rýchlosti svetla Fizeauovou metódou alebo akoukoľvek inou s ňou fyzikálne rovnocennou zo zdroja svetla sa periodicky vysielajú krátkodobé svetelné signály. Takto vznikajúce vlnenie možno vyjadriť Fourierovým radom ako superpozíciu vlnení s rozličnými frekvenciami, v ktorej však prevládajú frekvencie z úzkeho frekvenčného intervalu. Z toho bezprostredne vyplýva, že priame meranie rýchlosti svetla dáva grupovú rýchlosť, teda nie fázovú.

Príklad 1. S použitím vzorca (2) a údajov *tabuľky 10.1* na str. 245 vypočítame grupovú rýchlosť svetla pre vlnovú dĺžku prakticky monochromatického sodíkového svetla, zodpovedajúceho Frauenhoferovej čiare D. Podľa vzorca (2), ak v ňom fázovú rýchlosť vyjadríme pomocou absolútneho indexu podielom $c = c_0/N$ a frekvenciu podielom $\nu = c_0/\lambda_0$, je

$$\frac{1}{c_g} = \frac{\mathrm{d}\left(\dfrac{\nu}{c}\right)}{\mathrm{d}\nu} = \frac{\mathrm{d}(N/\lambda_0)}{\mathrm{d}(c_0/\lambda_0)} = \frac{\lambda_0\,\mathrm{d}N - N\,\mathrm{d}\lambda_0}{-c_0\,\mathrm{d}\lambda_0} = \frac{1}{c_0}\left(N - \lambda_0\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\lambda_0}\right)$$

takže

$$\frac{c_0}{c_g} = N - \lambda_0 \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\lambda_0}$$

Podľa údajov *tabuľky 10.1* je $N_D = 1,629\,1$, $\lambda_{0D} = 0,589\,3 \,.\, 10^{-6}$ m, $\dfrac{dN}{d\lambda_0} = -\dfrac{0,034\,2 \,.\, 10^6 \text{ m}}{0,173\,2}$. Dosadením týchto hodnôt vychádza

$$\frac{c_0}{c_g} = 1,629\,1 + 0,589\,3 \,.\, \frac{0,034\,2}{0,170\,2} = 1,748$$

Priamym laboratórnym meraním rýchlosti svetla v sírouhlíku našiel Michelson pre tento podiel hodnotu $\dfrac{c_0}{c_g} = 1,76 \pm 0,02$, zatiaľ čo podľa *tabuľky 10.1*

$$\frac{c_0}{c} = N_D = 1,629$$

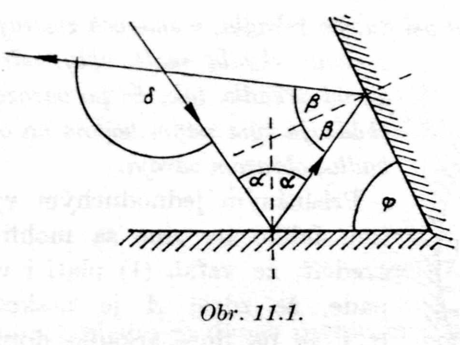
Vypočítané číselné hodnoty dobre potvrdzujú teoreticky získanú súvislosť medzi grupovou a fázovou rýchlosťou.

11. ZOBRAZOVANIE POMOCOU ZRKADIEL A ŠOŠOVIEK

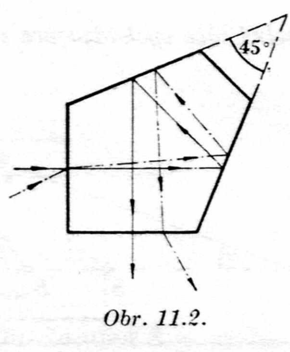
11.1. Odraz na rovinnom zrkadle. Pri odraze na rovinnom zrkadle vzniká neskutočný obraz bodového zdroja svetla, ktorý je so zdrojom vzhľadom na rovinu zrkadla súmerne položený.

Keď uhol dopadu je α, lúč pri odraze na rovinnom zrkadle sa od svojho pôvodného smeru odchýli o uhol $\delta = -(180° - 2\alpha)$.

$$\frac{d\delta}{d\alpha} = -2, \qquad \Delta\delta = -2\Delta\alpha$$



Obr. 11.1.



Obr. 11.2.

Pri odraze na dvoch zrkadlách zvierajúcich spolu uhol φ (*uhlové zrkadlá*) odchýlka podľa *obr. 11.1* je

$$\delta = 2(\alpha + \beta) = 2\varphi \tag{1}$$