

**11.5. Zobrazovacie rovnice v ohniskových súradniciach.** Každému bodu ako svetelnému zdroju priraduje zrkadlo alebo guľová plocha lámavá (pri zvolenom postupe svetla) určitý bod ako obraz (skutočný alebo virtuálny).

Obraz bodu osi v nekonečne sa volá *obrazové ohnisko*  $F'$ , bod na optickej osi  $F$ , ktorého obraz je v nekonečne, nazýva sa *predmetové ohnisko*.

Poloha ohnísk vyplýva z príslušných zobrazovacích rovníc. Pre  $a = \infty$  je  $b = f'$  a pre  $b = \infty$  je  $a = f$ . Pri zrkadlách z rovnice  $\frac{1}{\infty} + \frac{1}{f'} = \frac{2}{r}$  dostávame:

$$f' = \frac{r}{2} \quad (1)$$

a z rovnice  $\frac{1}{f} + \frac{1}{\infty} = \frac{2}{r}$  vychádza:

$$f = \frac{r}{2} \quad (2)$$

Podľa týchto výsledkov pri zrkadlách ohnisko obrazové je totožné s ohniskom predmetovým a ich vzdialenosti od vrcholu sú obidve kladné alebo obidve záporné.

Pri guľových plochách lámavých z rovnice

$$\frac{N_2}{f'} = \frac{N_2 - N_1}{r}$$

vychádza:

$$f' = \frac{N_2 r}{N_2 - N_1} \quad (3)$$

a z rovnice

$$\frac{N_1}{f} = \frac{N_2 - N_1}{r}$$

vychádza:

$$f = \frac{N_1 r}{N_2 - N_1} \quad (4)$$

Platí tiež:

$$\frac{N_1}{f} = \frac{N_2}{f'} \quad (5)$$

Pri lámavých guľových plochách sú ohnisko obrazové  $F'$  a predmetové  $F$  dva rôzne body. Ohniskové vzdialenosti sú tiež rôzne, majú však vždy rovnaké znamienka.

Polohu bodového predmetu a jeho obrazu na optickej osi guľového zrkadla

a guľovej plochy lámavej môžeme určiť aj udaním ich vzdialeností od príslušných ohnísk, polohu predmetu vzdialenosťou  $x$  od ohniska predmetového, polohu obrazu vzdialenosťou  $x'$  od ohniska obrazového, pričom tieto dĺžky berieme so znamienkami podľa tých istých pravidiel, ktorými sú určené znamienka tzv. vrcholových súradníc  $a$  a  $b$ .

Použitím ohniskových vzdialeností môžeme upraviť vrcholové rovnice guľových zrkadiel a guľových plôch lámavých takto:

Vrcholová rovnica guľových plôch svetlo odrážajúcich je:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (6)$$

a vrcholová rovnica guľových plôch lámavých:

$$\frac{N_1}{a} + \frac{N_2}{b} = \frac{N_1}{f} = \frac{N_2}{f'} \quad (7)$$

Vzťahy medzi vrcholovými a tzv. *ohniskovými súradnicami* sú:

$$\begin{aligned} x &= a - f, & a &= x + f \\ x' &= b - f', & b &= x' + f' \end{aligned}$$

Použitím týchto substitúcií vrcholové rovnice sa zmenia na rovnice ohniskové. Z vrcholovej rovnice zrkadla vyplýva:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x+f} + \frac{1}{x'+f'} &= \frac{1}{f} \\ f(x'+f' + x+f) &= xx' + fx' + f'x + ff' \\ fx' + ff' + fx + ff &= xx' + fx' + f'x + ff' \end{aligned}$$

alebo s ohľadom na to, že pri zrkadlách je  $f' = f$ ,

$$xx' = f^2 = ff'$$

Z vrcholovej rovnice guľovej plochy lámavej vyplýva:

$$\begin{aligned} \frac{N_1}{x+f} + \frac{N_2}{x'+f'} &= \frac{N_1}{f} \\ f(N_1x' + N_1f' + N_2x + N_2f) &= N_1(xx' + fx' + f'x + ff') \\ N_1fx' + N_1ff' + N_2fx + N_2f^2 &= N_1xx' + N_1fx' + N_1f'x + N_1ff' \\ N_2fx + N_2f^2 &= N_1xx' + N_1f'x \end{aligned}$$

alebo s ohľadom na vzťah (5),  $N_1f' = N_2f$ , opäť

$$xx' = ff'$$

Keď vzdialenosť bodového zdroja (predmetu) od osi je  $y$  a vzdialenosť obrazu od osi  $y'$ , vtedy  $y = l$ ,  $y' = l'$  a z rovnice (11.4.4), platnej pre zrkadlá, dostávame:

$$y' = y \frac{r}{r - 2(x + f)} = y \frac{2f}{2f - 2x - 2f} = -\frac{fy}{x}$$

Pre guľové plochy lámavé z rovníc (11.4.4) a (4) vyplýva podobne:

$$\begin{aligned} y' &= y \frac{N_1 r}{N_1 r - (x + f)(N_2 - N_1)} = \\ &= -y \frac{(N_2 - N_1)f}{(N_2 - N_1)x + (N_2 - N_1)f - (N_2 - N_1)f} = -\frac{fy}{x} \end{aligned}$$

čiže opäť

$$y' = -\frac{fy}{x}$$

Totožné ohniskové rovnice zrkadiel i guľových plôch, nazývané aj Newtonovými zobrazovacími rovnicami, sú teda:

$$x' = \frac{ff'}{x} \quad (8)$$

$$y' = -\frac{fy}{x} \quad (9)$$

Podľa práve odvodených zobrazovacích rovníc (8) a (9) a tieto zrejším spôsobom dopĺňujúcej rovnice  $z' = -\frac{fz}{x}$  zobrazovacie zariadenie priraduje bodu ako zdroju svetla bod, jeho obraz. Obrazy bodov ležiacich v rovine, v priestore predmetovom s rovnicou

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (10)$$

ležia v ploche, ktorej rovnicu dostaneme, keď zo zobrazovacích rovníc a rovnice danej roviny eliminujeme súradnice bodového zdroja. Z prvej zobrazovacej rovnice vyplýva:

$$x = \frac{ff'}{x'}$$

z druhej:

$$y = -\frac{xy'}{f} = -\frac{ff'}{x'} \cdot \frac{y'}{f} = -\frac{f'y'}{x'}$$

a z tretej obdobne:

$$z = -\frac{f'z'}{x'}$$

Dosadením týchto hodnôt do rovnice danej roviny dostávame rovnicu hľadanej plochy v priestore obrazovom:

$$a \frac{ff'}{x'} - b \frac{f'y'}{x'} - c \frac{f'z'}{x'} + d = 0$$

t. j. rovnicu roviny

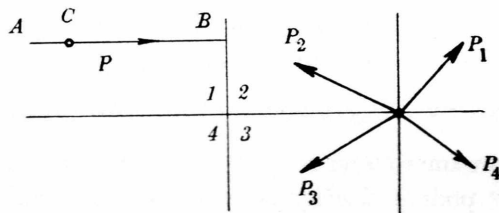
$$dx' - hf'y' - cf'z' + aff' = 0 \quad (11)$$

Obrazy bodov roviny ležia teda tiež v rovine a obrazy bodov priamky, priesečnice dvoch rovín, v priamke. Také priradenie bodov bodom, pri ktorom je priamke priradená priamka a rovine rovina, volá sa *priestorová kolíneácia*. Zobrazovanie pomocou guľových plôch lámavých a zrkadiel lúčmi idúcimi úzkym priestorom v blízkosti osi (Gaussov nitkový priestor) je zvláštny prípad priestorovej kolíneácie.

**11.6. Ohniskové roviny, hlavné roviny a uzlové body.** Roviny kolmé na os zrkadla alebo guľovej plochy lámavej, idúce niektorým ohniskom, volajú sa *ohniskové roviny*. Rovina  $\varphi$ , idúca ohniskom predmetovým, je *ohnisková rovina predmetová*; rovina  $\varphi'$ , idúca ohniskom obrazovým, je *ohnisková rovina obrazová*. Pri zrkadlách sú obidve tieto roviny totožné. Optická os a niektorá rovina ohnisková rozdeľujú rovinu idúcu osou na 4 význačné časti (*obr. 11.7*). Obrazy bodov, ktoré ležia v tom istom kvadrante vzhľadom na ohniskovú rovinu predmetovú, ležia v tom istom kvadrante vzhľadom na ohniskovú rovinu obrazovú, lebo podľa zobrazovacích rovníc ohniskových

$$x' = \frac{ff'}{x}, \quad y' = -\frac{fy}{x}$$

pokiaľ sa nemenia znamienka súradníc bodového zdroja svetla, nemenia sa ani znamienka súradníc obrazu. Obraz úbežného bodu pololúča  $P = AB$  (*obr. 11.7*), s optickou osou rovnobežného, je obrazové ohnisko  $F'$ ; obraz bodu  $B$ , ležiaceho v ohniskovej rovine predmetovej, je v nekonečne; obraz náhodile zvoleného bodu na pololúči  $P$ , napríklad bodu  $C$ , môže pritom ležať v ktoromkoľvek kvadrante vzhľadom na ohniskovú rovinu obrazovú. Obrazom pololúča  $P$  vo všeobecnosti môže byť teda ktorýkoľvek zo štyroch lúčov  $P_1, P_2, P_3$  a  $P_4$ .



Obr. 11.7.

Svetelný lúč prichádzajúci na zobrazovacie zariadenie pozdĺž pololúča  $P$ , pretože zobrazuje všetky body tohto pololúča, musí po zmene svojho smeru prechádzať všetkými bodmi obrazu pololúča  $P$ , musí teda postupovať pozdĺž