

Dosadením týchto hodnôt do rovnice danej roviny dostávame rovnicu hľadanej plochy v priestore obrazovom:

$$a \frac{ff'}{x'} - b \frac{f'y'}{x'} - c \frac{f'z'}{x'} + d = 0$$

t. j. rovnicu roviny

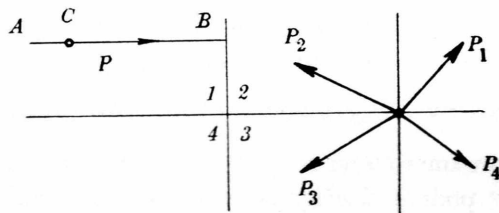
$$dx' - hf'y' - cf'z' + aff' = 0 \quad (11)$$

Obrazy bodov roviny ležia teda tiež v rovine a obrazy bodov priamky, priesečnice dvoch rovín, v priamke. Také priradenie bodov bodom, pri ktorom je priamke priradená priamka a rovine rovina, volá sa *priestorová kolíneácia*. Zobrazovanie pomocou guľových plôch lámavých a zrkadiel lúčmi idúcimi úzkym priestorom v blízkosti osi (Gaussov nitkový priestor) je zvláštny prípad priestorovej kolíneácie.

11.6. Ohniskové roviny, hlavné roviny a uzlové body. Roviny kolmé na os zrkadla alebo guľovej plochy lámavej, idúce niektorým ohniskom, volajú sa *ohniskové roviny*. Rovina φ , idúca ohniskom predmetovým, je *ohnisková rovina predmetová*; rovina φ' , idúca ohniskom obrazovým, je *ohnisková rovina obrazová*. Pri zrkadlách sú obidve tieto roviny totožné. Optická os a niektorá rovina ohnisková rozdeľujú rovinu idúcu osou na 4 význačné časti (obr. 11.7). Obrazy bodov, ktoré ležia v tom istom kvadrante vzhľadom na ohniskovú rovinu predmetovú, ležia v tom istom kvadrante vzhľadom na ohniskovú rovinu obrazovú, lebo podľa zobrazovacích rovníc ohniskových

$$x' = \frac{ff'}{x}, \quad y' = -\frac{fy}{x}$$

pokiaľ sa nemenia znamienka súradníc bodového zdroja svetla, nemenia sa ani znamienka súradníc obrazu. Obraz úbežného bodu pololúča

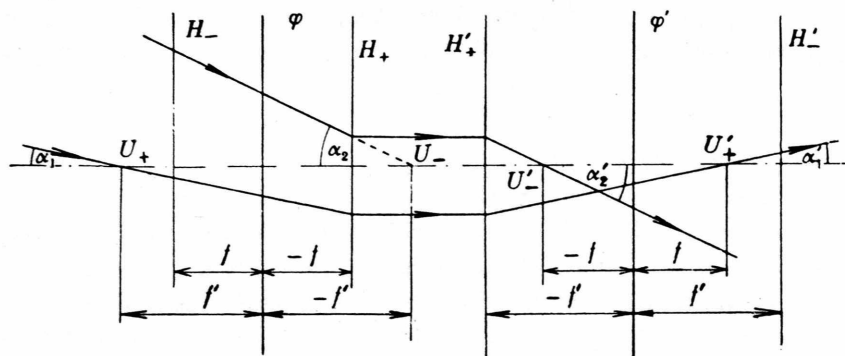


Obr. 11.7.

pololúča $P = AB$ (obr. 11.7), s optickou osou rovnobežného, je obrazové ohnisko F' ; obraz bodu B , ležiaceho v ohniskovej rovine predmetovej, je v nekonečne; obraz náhodile zvoleného bodu na pololúči P , napríklad bodu C , môže pritom ležať v ktoromkoľvek kvadrante vzhľadom na ohniskovú rovinu obrazovú. Obrazom pololúča P vo všeobecnosti môže byť teda ktorýkoľvek zo štyroch lúčov P_1, P_2, P_3 a P_4 .

Svetelný lúč prichádzajúci na zobrazovacie zariadenie pozdĺž pololúča P , pretože zobrazuje všetky body tohto pololúča, musí po zmene svojho smeru prechádzať všetkými bodmi obrazu pololúča P , musí teda postupovať pozdĺž

niektorého z pololúčov P_1, P_2, P_3 alebo P_4 . Keď obrazom pololúča P je pololúč P_2 alebo P_3 , lúč po zmene svojho smeru sa od zobrazovacieho zariadenia vracia, a toto sa volá zariadením *katoptrickým* (zrkadlá); keď týmito obrazmi sú pololúč P_1 alebo P_4 , optické zariadenie je *dioptrické* (guľové plochy lámavé). Keď obrazmi sú pololúč P_3 alebo P_4 , lúče prichádzajúce na zobrazovacie zariadenie a rovnobežné s optickou osou po zmene svojho smeru prechádzajú na druhú stranu optickej osi, všetky ju pretínajú v jednom bode, skutočnom obrazovom ohnisku, a zariadenie sa nazýva *kolektívnym* (zberným); ináč je zariadenie *disperzívne* (rozptyľujúce).



Obr. 11.8.

Obrazom roviny na optickú os kolmej, s rovnicou $ax + d = 0$, podľa rovnice (11.5.11), je rovina $dx' + aff' = 0$, na optickú os tiež kolmá. Úsečka tejto roviny dĺžky y zobrazuje sa ako úsečka dĺžky $y' = -\frac{fy}{x}$. Rovina priestoru predmetového H_+ , ktorej úsečka, na optickú os kolmá, dĺžky y sa zobrazuje v podobe úsečky rovnakej dĺžky a na tej istej strane optickej osi (obraz je neprevrátený), volá sa *kladná hlavná rovina predmetová*; jej obraz je *kladná hlavná rovina obrazová* H'_+ . Poloha kladnej hlavnej roviny predmetovej vyplýva teda z podmienky: $y' = y$; jej rovnica podľa rovnice $y' = -\frac{fy}{x}$ je $x = -f$. Polohu kladnej hlavnej roviny obrazovej určuje rovnica $x' = \frac{ff'}{x} = -f'$. Úsečka v tzv. *zápornej hlavnej rovine predmetovej* H_- sa zobrazuje ako úsečka rovnakej dĺžky, ale na opačnej strane osi; je prevrátená. Polohu zápornej hlavnej roviny určuje teda podmienka $y' = -y$; jej rovnica podľa rovnice $y' = -\frac{fy}{x}$ je $x = f$ a *záporná hlavná rovina obrazová* H'_- je v mieste

$x' = \frac{ff'}{x} = f'$. Hlavné roviny pretínajú optickú os v tzv. *hlavných bodoch* (obr. 11.8).

Priamka P pretínajúca optickú os zobrazovacieho zariadenia, ktorá s jeho osou $+X$ zvierá uhol α (obr. 11.9), zobrazuje sa ako priamka P' zvierajúca s osou $+X'$ uhol α' . Podiel

$$z_u = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha}$$

ktorý pri malých uhloch je približne $z_u = \alpha' : \alpha$, nazýva sa *uhlové zväčšenie* alebo *divergenčný pomer* pre zvolený bod osi X .

Náhodne zvolený bod na priamke P nech má súradnice x, y ; jeho obraz súradnice x', y' . Priesečník priamky P s optickou osou nech má súradnicu x_p , jeho obraz súradnicu x'_p . Potom

$$\begin{aligned} z_u &= \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{-y'}{x'_p - x'} : \frac{y}{x - x_p} = \frac{x - x_p}{x' - x'_p} \cdot \frac{y'}{y} = \\ &= \frac{x - x_p}{ff' \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x_p} \right)} \cdot \frac{f}{x} = \frac{x_p}{f'} \end{aligned} \quad (1)$$

Ak zobrazovacie zariadenie je tvorené jedinou guľovou plochou lámavou, podľa vzorcov (1), (11.5.5) a (11.5.9) divergenčný pomer je

$$z_u = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{x_p}{f'} = -\frac{fy}{f'y'} = -\frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{y}{y'}$$

alebo pri inom značení tých istých veličín

$$z_u = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = -\frac{N_1 y_1}{N_2 y_2} = -\frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{1}{z}$$

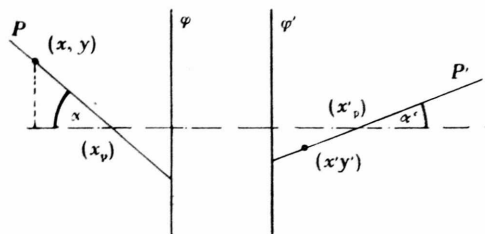
Keď však orientujeme aj os X_1 súhlasne rovnobežne s chodom svetelných lúčov, čím sa zmení znamienko uhlu α_1 aj jeho tangenty, predchádzajúci vzťah bude

$$y_1 N_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = y_2 N_2 \operatorname{tg} \alpha_2 = \text{const} \quad (2)$$

Pri malých uhloch α môžeme písať tiež

$$y_1 N_1 \alpha_1 = y_2 N_2 \alpha_2 = \text{const} \quad (2a)$$

Vzťah (2) sa nazýva *Lagrangeova veta*.



Obr. 11.9.

Bod na osi X , pre ktorý $z_u = 1$, menuje sa *kladný uzlový bod predmetový* U_+ . Jeho obraz je *kladný uzlový bod obrazový* U'_+ . Určujú ich súradnice $x_p = f'$, $x'_p = f$. Bod, pre ktorý je $z_u = -1$, nazýva sa *záporný uzlový bod predmetový* U_- . Jeho obraz je *záporný uzlový bod obrazový* U'_- . Určujú ich súradnice $x_p = -f'$, $x'_p = -f$ (pozri aj obr. 11.8).

Súradnice hlavných a uzlových bodov sú teda

Bod	Súradnica	Bod	Súradnica
H_+	$-f$	U_+	f'
H'_+	$-f'$	U'_+	f
H_-	f	U_-	$-f'$
H'_-	f'	U'_-	$-f$

Pri zrkadlách predmetová a obrazová ohnisková vzdialenosť sú rovnaké a v dôsledku toho kladné hlavné body sú pri zrkadlách totožné so zápornými uzlovými bodmi a naopak.

Pri zobrazovacích sústavách dioptrických (lámavé plochy guľové) lúč idúci záporným bodom uzlovým zachováva svoj smer; pri sústavách katoptrických (zrkadlách) lúč idúci kladným uzlovým bodom ostáva so svojim pôvodným smerom len rovnobežný. Ohniská, hlavné roviny a uzlové body sa s výhodou používajú pri grafických konštrukciách obrazov.

11.7. Dve zobrazovacie centrované sústavy. Hovoríme, že dve zobrazovacie zariadenia, ktorých optické osi splývajú, tvoria centrovanú sústavu. Dve guľové plochy odrážajúce alebo lámavé tvoria vždy sústavu centrovanú, pretože každú priamku idúcu stredom krivosti guľovej plochy možno pokladať za optickú os. Optickou osou dvoch zobrazovacích guľových plôch je preto priamka idúca stredmi krivosti oboch plôch.

Nech sú ohniskové roviny 1. zobrazovacieho zariadenia centrovannej sústavy φ_1 a φ'_1 a 2. zobrazovacieho zariadenia φ_2 a φ'_2 . Vzdialenosť predmetovej ohniskovej roviny φ_2 druhého zariadenia od obrazovej ohniskovej roviny prvého zariadenia φ'_1 , meraná kladne v smere postupujúceho svetla, predstavuje optický interval sústavy Δ (obr. 11.10). Obraz bodového zdroja svetla, vzhľadom na prvé zariadenie so súradnicami x_1, y_1 , má vzhľadom na to isté zariadenie súradnice x'_1, y'_1 , vzhľadom na druhé zariadenie však súradnice x_2, y_2 , pričom $y_2 = y'_1$. Obraz vytvorený prvým zariadením je predmetom pre druhé zariadenie a jeho obraz vzniká v polohe vzhľadom na druhé zariadenie so súradnicami x'_2, y'_2 .