

Z týchto algebraických rovníc vyplýva:

$$b_3 = \frac{4kb_1 e^{-2\pi ia/\lambda}}{(1+k)^2 e^{-2\pi ika/\lambda} - (1-k)^2 e^{+2\pi ika/\lambda}}$$

Nech je energia elektrónu ($m = 0,91 \cdot 10^{-30}$ kg) $E = 1$ eV, jeho polohová energia v potenciálovej bariére $U_0 = 5$ eV a jej hrúbka $a = 10^{-7}$ cm $= 10^{-9}$ m. Potom, keďže podľa vzťahu (a) $\lambda = \hbar/\sqrt{2mE}$, exponent

$$-2\pi ika/\lambda = 2\pi\kappa a/\lambda = \frac{2\pi a}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} \doteq 1,2 \cdot 10^{10}$$

Podľa číselného vyhodnotenia tohto dosť typického prípadu v prípade elektrónu možno druhý člen v menovateli predošlého zlomku prakticky vždy zanedbať a písať

$$b_3 = \frac{4kb_1}{(1+k)^2} e^{-2\pi ia/\lambda} \cdot e^{-2\pi\kappa a/\lambda} = C \cdot e^{-\frac{2\pi a}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}}$$

Pravdepodobnosť toho, že elektrón nájdeme za potenciálovou bariérou napriek tomu, že v určitom čase bol pred ňou, úmerná druhej mocnine absolútnej hodnoty amplitúdovej funkcie ψ_3 a teda aj druhej mocnine absolútnej hodnoty veličiny b_3 , je teda

$$P = P_0 e^{-\frac{4\pi a}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}} \quad (8)$$

Získaný výsledok, ktorý je v dobrej zhode s pozorovaním, hovorí, že elektrón môže prejsť cez potenciálovú bariéru, aj keď v zmysle klasickej fyziky nemá k tomu potrebnú energiu, o ktorej sme v tomto príklade predpokladali, že spĺňa nerovnosť $E < U_0$.

17.11. Heisenbergov princíp neurčitosti. Matematickým vyjadrením základných zákonov mechaniky, napr. Newtonovho zákona sily, sú diferenciálne rovnice. Ich platnosť možno overiť tak, že sa z nich vypočíta priebeh deja pri daných počiatočných podmienkach a výsledok výpočtu sa porovná s pozorovaním. V prípade pohybu hmotného bodu v známom silovom poli sú počiatočnými podmienkami jeho počiatočná poloha a počiatočná rýchlosť alebo počiatočná hybnosť. W. Heisenberg ako prvý poznal, že takéto overovanie fyzikálnych zákonov v atómovej fyzike zásadne nie je možné. Možno sa o tom presvedčiť napr. touto úvahou:

Vo fyzikálnej optike sa dokazuje, že dva body v predmetovej rovine mikroskopu možno od seba rozlíšiť len vtedy, ak ich vzájomná vzdialenosť Δx sa rovná alebo je väčšia ako vlnová dĺžka λ k pozorovaniu použitého svetla.

čiže ak platí nerovnosť

$$\Delta x \geq \lambda$$

To značí, že aj súradnice bodu možno určiť len s touto presnosťou. Aby však voľne sa pohybujúcu časticu bolo vôbec možné zbrať v zornom poli mikroskopu, musí byť zasiahnutá aspoň jedným fotónom, ktorého hybnosť je $\frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$. Tým sa však hybnosť častice mení. Z podrobnejšieho rozboru tejto okolnosti vyplýva, že nepresnosť Δp_x v určení zložky hybnosti rovná sa alebo je väčšia ako hybnosť fotónu použitého k pozorovaniu, teda

$$\Delta p_x \geq \frac{h}{\lambda}$$

Podľa týchto vzťahov pri používaní svetla s malou vlnovou dĺžkou možno s veľkou presnosťou určiť polohu, ale len s malou presnosťou hybnosť a opačne, pričom pre súčin obidvoch nepresností platí *Heisenbergov vzťah neurčitosti*

$$\Delta x \Delta p_x \geq h \quad (1)$$

Podobný vzťah odvodil Heisenberg aj pre súčin neurčitosti určenia energie ε , napr. fotónu, a okamihu jej uvoľnenia t

$$\Delta \varepsilon \Delta t \geq h \quad (2)$$

17.12. Boseho—Einsteinova štatistika. Rozdeliť n od seba rozoznateľných elementov do k od seba rozoznateľných oddelení možno rozličným spôsobom. V Maxwellovej—Boltzmannovej štatistike, s ktorou sme sa zaoberali v termike, rozdelenie (*makrostav*) sa považuje za určené počtom n_i elementov v jednotlivých oddeleniach a tzv. *štatistická* alebo aj *termodynamická pravdepodobnosť* daného rozdelenia sa definuje počtom jeho možných realizácií (*mikrostavov*). Vyjadruje ju vzorec

$$W = \frac{n!}{n_1! n_2! n_3! \dots n_k!} \quad (1)$$

Z takto definovaného rozdelenia a jeho pravdepodobnosti vyplývajúce dôsledky sa veľmi dobre osvedčujú v kinetickej teórii zriedených plynov, nie však už pri ich použití napr. pre elektrónový plyn v kovoch alebo na fotóny v dutine pevného telesa. Tieto príčiny viedli indického fyzika Š. Boseho (*1894) k inej definícii rozdelenia a tým aj jeho pravdepodobnosti, ktorej hlbší význam našiel až A. Einstein.

V Maxwellovej—Boltzmannovej štatistike sa atómy považujú za útvary individuálne jestvujúce, takže má potom zmysel hovoriť o inej realizácii ich daného rozdelenia, keď medzi sebou vymeníme dva atómy, ktoré boli