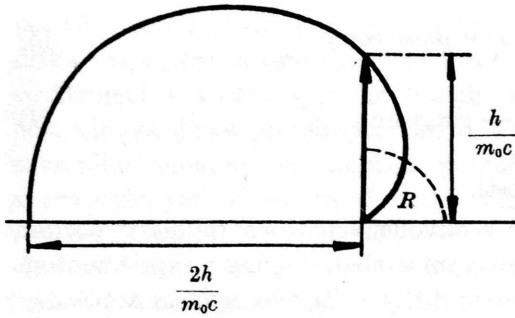


Z poslednej rovnice vychádza

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \alpha) = 0,024 2 (1 - \cos \alpha) \cdot 10^{-8} \text{ cm} \quad (5)$$

Podľa vzorca (5) a v úplnej zhode s experimentom vlnová dĺžka rozptýlených



Obr. 17.15.

röntgenových lúčov je väčšia ako primárnych. Okrem toho vzorec (5) správne vyjadruje aj charakter závislosti zväčšenia vlnovej dĺžky $\Delta\lambda$ od uhla rozptylu α , znázornenej na obr. 17.15, a aj číselná hodnota $\Delta\lambda = h/m_0c = 0,024 2 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$, vzťahujúca sa na uhol rozptylu $\alpha = 90^\circ$, sa dobre zhoduje s pozorovanou $\Delta\lambda = 0,023 6 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$.

17.9. Vznik a niektoré výsledky vlnovej mechaniky. V zmysle klasickej fyziky niektoré svetelné javy, napríklad interferencia a ohyb svetla, sú pochopiteľné len tak, ak svetlo považujeme za vlnenie šíriace sa z bodového zdroja svetla spojitým spôsobom na všetky strany. Iné, napríklad vznik svetla z iných foriem energie a absorpciu svetla, fotoelektrický a Comptonov jav, uspokojivým spôsobom možno vysvetliť len s použitím Einsteinovej predstavy o existencii *fotónov*, t. j. kvánt svetelnej energie koncentrovanej na pomerne veľmi malý priestor.

Podobne a napriek tomu, že zákony klasickej mechaniky, vychádzajúce z predstavy *hmotného bodu*, sa vynikajúcim spôsobom osvedčujú pri riešení pohybu makroskopických sústav telies, pri podrobnom štúdiu prechodu elektrónov cez veľmi malé otvory, najmä však pri prechode katódových lúčov cez tenké kovové fólie, možno pozorovať javy veľmi podobné interferencii a ohybu svetla, ktoré ťažko možno dať do súladu s predstavou, podľa ktorej elektrón je prakticky hmotný bod s pokojovou hmotnosťou m_0 , nesúci elektrický náboj $-e$. Z toho vyplýva, že práve tak ako v optike bolo treba vybudovať fotónovú teóriu svetla, ktorá má poslanie akejsi *mikrooptiky*, bolo treba aj makromechaniku doplniť vhodne vybudovanou *mikromechanikou*. Jej zakladateľom sa stal francúzsky fyzik L. de Broglie, ktorý r. 1924 vyslovil predpoklad, že vlnenie a mechanický pohyb sú len dva rôzne prejavy toho istého fyzikálneho deja.

Podľa L. de Broglie-ho pohyb hmotného bodu, teda aj každej elementárnej častice hmoty (protónu, neutrónu, elektrónu a pod.), je nerozlučne spojený

s jestvovaním tzv. *materiálneho vlnenia*, ktorého základné vlastnosti sa podobajú vlastnostiam fotónu.

Podľa Einsteinovej teórie fotoelektrického javu fotón sa vyznačuje hmotnosťou a hybnosťou, ktoré sú dané vzorcami $m = h\nu/c^2$, $p = h\nu/c$, podľa ktorých frekvencia a vlnová dĺžka fotónu vo vákuu sú

$$\nu = \frac{mc^2}{h}, \quad \lambda = cT = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{h\nu} = \frac{h}{p} \quad (1)$$

Podľa L. de Broglie-ho tie isté vzorce určujú frekvenciu a vlnovú dĺžku aj materiálneho vlnenia. Pri ich používaní treba však rozlišovať mechanickú rýchlosť w hmotného bodu, určujúcu hybnosť $p = mw$, a fázovú rýchlosť vlnenia v , určujúcu vlnovú dĺžku $\lambda = vT = v/\nu$. Vzorce (1) v prípade materiálneho vlnenia sú teda tiež

$$\nu = \frac{mc^2}{h}, \quad \lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{h}{mw} \quad (2)$$

Znásobením obidvoch týchto rovníc vychádza

$$vw = c^2 \quad (3)$$

Pretože podľa zákonov teórie relativity je vždy $w < c$, je vždy aj $v > c$ a ak $w = 0$, $v = \infty$. Príslušná frekvencia, ktorá vo všeobecnosti je $\nu = mc^2/\hbar = \beta m_0 c^2/\hbar$, v tomto prípade je $\nu_0 = m_0 c^2/\hbar$.

Podľa prvého zo vzorcov (2) frekvenciou ν materiálneho vlnenia je určená relativistická hmotnosť m pohybujúceho sa hmotného bodu, teda podľa vzorca

$$m = \beta m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - w^2/c^2}} \quad (a)$$

aj jeho mechanická rýchlosť w a preto — podľa druhého zo vzorcov (2) — aj jeho fázová rýchlosť v , ktorá je teda funkciou frekvencie ν . V takýchto prípadoch však, ako už vieme z obsahu čl. 10.5, grupová rýchlosť vlnenia je iná ako fázová a je určená vzorcem (10.5.2), ktorý pri označovaní rýchlostí použitom v tomto článku je

$$\frac{1}{v_g} = \frac{d\left(\frac{\nu}{v}\right)}{d\nu} \quad (4)$$

Zo vzorcov (2) vyplýva

$$d\left(\frac{\nu}{v}\right) = \frac{1}{h}(m dw + w dm), \quad d\nu = \frac{c^2}{h} dm$$

takže

$$\frac{1}{v_g} = \frac{1}{c^2} \left(m \frac{dw}{dm} + w \right)$$

Vzťah (a) diferencovaním dáva

$$\begin{aligned} 2m \, dm \left(1 - \frac{w^2}{c^2} \right) - m^2 \frac{2w \, dw}{c^2} &= 0 \\ dm(c^2 - w^2) &= mw \, dw \\ \frac{dw}{dm} &= \frac{c^2 - w^2}{mw} \end{aligned}$$

teda

$$\frac{1}{v_g} = \frac{1}{c^2} \left(\frac{c^2 - w^2}{w} + w \right) = \frac{1}{w} \quad (5)$$

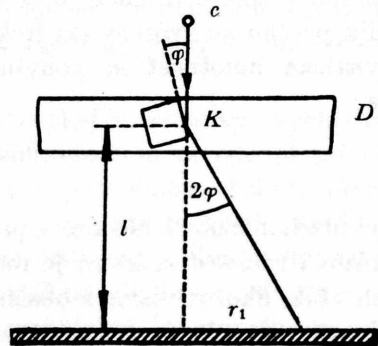
Grupová rýchlosť materiálnych vln hmotného bodu je teda totožná s jeho mechanickou rýchlosťou.

Získané výsledky sú vo veľmi dobrom kvalitatívnom aj kvantitatívnom súlade s rôznymi atomárnymi javmi, napríklad aj so spomenutou už difrakciou katódových lúčov pri ich prechode cez tenké fólie. Keď úzky zväzok katódových lúčov dopadá najprv na tenký kovový lístok a potom na fotografickú dosku, ktorá je s lístkom rovnobežná, na doske sa po jej vyvolaní objaví niekoľko sústredných kruhov (obr. 17.16). Tento jav, ktorý podľa starších fyzikálnych predstáv nebolo možné očakávať, vlnová mechanika vysvetľuje takto:

V kovovom lístku D (obr. 17.17) sa kryštáliky K kovu nachádzajú



Obr. 17.16.



Obr. 17.17.

v nahodilej polohe. Keď na lístok dopadajú katódové lúče rýchlosťou w , v zmysle vlnovej mechaniky to značí, že na lístok dopadajú materiálne vlny o vlnovej dĺžke určenej druhým zo vzorcov (2),

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{h}{mw},$$

alebo, keď rýchlosť elektrónov v katódových lúčoch vyjadríme pomocou ich

$$\text{urýchľujúceho napätia } u, \frac{1}{2}mw^2 = eu, \quad w = \sqrt{\frac{2eu}{m}},$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2emu}} \quad (6)$$

Vlny s touto vlnovou dĺžkou môžu sa odrážať len na povrchu tých kryštálikov, ktoré pri svojej vhodnej polohe splňujú Braggových rovnicu

$$2d \sin \varphi = n\lambda$$

v ktorej d je mriežková konštanta a n celé číslo. Podľa obr. 17.17 polomer prvého difrakčného kruhu elektrónových lúčov na určitom systéme mriežkových rovín je $r_1 = l \operatorname{tg} 2\varphi$, pričom uhol φ treba vypočítať z dvoch rovníc predošlých. Keď sa pre vznik katódových lúčov použilo urýchľujúce napätie 100 volt, podľa vzorca (6) pre vlnovú dĺžku materiálnych vln vychádza:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2emu}} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \cdot 10^2}} m = 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$$

teda hodnota rádu mriežkovej konštanty kryštálov, takže difrakcia príslušných materiálnych vln je v tom prípade dobre viditeľná. Dnes sa difrakcie elektrónov v kovoch používa na štúdium ich štruktúry práve tak ako Röntgenových lúčov.

17.10. Schrödingerova rovnica. L. de Broglie ukázal, že práve tak ako teória relativity prisudzuje elementu elektromagnetického vlnenia, fotónu, hmotnosť m , danú vzťahom $h\nu = mc^2$, možno aj naopak pohyb hmotného bodu rýchlosťou w považovať za nerozlučne spojený s vlnením frekvencie ν a vlnovej dĺžky λ , ktoré sú určené vzorcami (17.9.2),

$$\nu = \frac{mc^2}{h}, \quad \lambda = \frac{h}{mw} \quad (1)$$

v ktorých m značí hmotnosť hmotného bodu.

V čase de Broglie-ovho objavu bolo už bezpečne dokázané, že Bohrove a Sommerfeldove kvantové podmienky nepostačujú na vysvetlenie všetkých atomárnych javov, ba vedú niekedy aj k nesprávnym výsledkom. O niektorých z nich bola zmienka už v predošlých článkoch. Za týchto okolností rakúsky fyzik Erwin Schrödinger (1887—1961) r. 1926 použil vlastnosti de Broglie-ho vlnenia k vybudovaniu novej teórie, *vlnovej mechaniky*, ktorá nemá nedostatky teórie vybudovanej na kvantových postulátoch Bohra a Sommerfelda.