Pri nízkych teplotách môžeme písať:

$$E_F \doteq \frac{E_{v,\,\mathrm{max}} + E_{c,\,\mathrm{min}}}{2}$$

Dosadením do vzorcov (8) a (9) dostaneme hľadané koncentrácie elektrónov a dier

$$n = A_n \, \mathrm{e}^{-\frac{\Delta E}{2kT}}, \qquad p = A_p \, \mathrm{e}^{-\frac{\Delta E}{2kT}} \tag{10ab}$$

kde ΔE je šírka zakázaného pása. Upozorňujeme na jednu skutočnosť, že zanedbaním jednotky v uvedených integráloch dostali sme rovnaké výsledky, ako keby sme použili klasickú Boltzmannovu rozdeľovaciu funkciu. Z toho vyplýva, že systém elektrónov a dier sa správa ako klasický plyn. Zo vzorcov (10ab) vidieť, že koncentrácie elektrónov a dier s rastúcou teplotou stúpajú exponenciálne, pričom pohyblivosť, ako sa dá ukázať, klesá s teplotou podľa určitej mocniny. Dôsledkom týchto skutočností je, že elektrický odpor polovodiča s rastúcou teplotou klesá.

18.12. Hallov jav v polovodiči. V tomto článku budeme skúmať procesy vytvorené elektrónmi a dierami vo vonkajšom elektrickom a magnetickom poli, ak je splnená podmienka vedenia prúdu. Opäť ako v predchádzajúcom prípade, aj tu sa s výhodou používajú metódy riešenia prebraté z kinetickej teórie plynov.

Procesy, ktoré ideme skúmať, prebiehajú v termodynamicky nerovnovážnom stave, a preto je potrebné počítať stredné hodnoty fyzikálnych veličín pomocou funkcie $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, ktorá určuje počet častíc (elektrónov, dier alebo fonónov) v objemovej jednotke geometrického a rýchlostného priestoru v nerovnovážnom termodynamickom stave ($\mathbf{v}$ znamená grupovú rýchlosť častíc). Pomocou funkcie $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ si vyjadríme veličiny, ktoré budeme v ďalších úvahách potrebovať. Koncentrácia častíc:

$$n = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)\, \mathrm{d}\tau_{\mathbf{v}} \tag{1}$$

kde $\mathrm{d}\tau_{\mathbf{v}}$ je elementárny objem v rýchlostnom priestore. Vektor hustoty toku častíc (počet častíc, ktoré prejdú plošnou jednotku za jednotkou času)

$$\mathbf{j} = \int \mathbf{v} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)\, \mathrm{d}\tau_{\mathbf{v}} \tag{2}$$

Stredná hodnota vektora rýchlosti častice

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\int \mathbf{v} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)\, \mathrm{d}\tau_{\mathbf{v}}}{\int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)\, \mathrm{d}T_{\mathbf{v}}} = \frac{\mathbf{j}}{n} \tag{3}$$

Myšlienka ďalšieho postupu je nasledovná. Na určitú časticu v kryštáli (elektrón, diera alebo fonón) pôsobia dvojaké sily. Vonkajšie sily, ktoré zapríčiňujú makroskopické toky a vnútorné sily, ktoré účinkujú iba v okamihu zrážky častice s inými časticami. Uvažujeme, že na časticu medzi dvoma zrážkami pôsobí vonkajšia sila F. Ak častica po zrážke mala rýchlosť rovnajúcu sa nule, tak v okamihu zrážky bude mať rýchlosť

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{F}}{m} t_z$$

kde t_z je stredná doba medzi dvoma zrážkami. Keď pri každej zrážke rýchlosť častice klesne na nulu, potom je zrejmé, že takýto pílovitý časový priebeh veľkosti rýchlosti dáva časovú strednú hodnotu rýchlosti

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{t_z}{2m} \mathbf{F} \tag{4}$$

Treba poznamenať, že správnosť celej úvahy je založená na predpoklade, že stredná doba medzi dvoma zrážkami je pre častice určitého podsystému rovnaká, to znamená, že nezávisí od energie prípadne od smeru pohybu častice. Zo vzťahu (4) vidieť, že stredná hodnota vektora rýchlosti častice je úmerná vonkajšej sile. Na elektrón alebo dieru pôsobia sily trojakého druhu:
Elektrická sila — $q\mathbf{E}$ ($\mathbf{E}$ je intenzita elektrického poľa).
Lorentzova sila — $q(\langle \mathbf{v} \rangle \times \mathbf{B})$ ($\mathbf{B}$ je vektor indukcie magnetického poľa).
Tlaková sila (pozri čl. 7.2 v prvom dieli tejto učebnice) — $-\dfrac{\operatorname{grad} P}{n}$ (P je parciálny tlak vyšetrovaného podsystému).
Podľa vzťahu (4) môžeme písať:

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \gamma\mu(\mathbf{E} + \langle \mathbf{v} \rangle \times \mathbf{B}) - \mu \frac{\operatorname{grad} P}{|q|\, n} \tag{5}$$

kde μ je pohyblivosť častice a

$$\gamma = \begin{cases} +1, & \text{ak náboj častice je kladný,} \\ -1, & \text{ak náboj častice je záporný} \end{cases}$$

Rovnicu (5) postupne vynásobíme vektorove a skalárne s $\mathbf{B}$ a vyriešime ju vzhľadom na neznámu $\langle \mathbf{v} \rangle$. Po vykonaní týchto operácií dostaneme:

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\mathbf{A} + \gamma\mu \mathbf{A} \times \mathbf{B} + (\gamma\mu)^2 (\mathbf{A} \,.\, \mathbf{B})\, \mathbf{B}}{1 + (\gamma\mu B)^2} \tag{6}$$

kde

$$\mathbf{A} = \gamma\mu\mathbf{E} - \mu \frac{\operatorname{grad} P}{|q|\, n} \tag{7}$$

V predchádzajúcom článku bolo uvedené, že za určitých podmienok elektróny a diery sa správajú ako klasický plyn. V tomto prípade podľa vzorca (10.7.1 v prvom dieli) môžeme písať:

$$P = \frac{1}{3} nmv_s^2 = nkT^{1)} \tag{8}$$

Dosadením vzorca (8) do (7) dostaneme:

$$\mathbf{A} = \gamma\mu\mathbf{E} - \mu \frac{kT}{|q|} \frac{\operatorname{grad} n}{n} - \mu \frac{kT}{|q|} \frac{\operatorname{grad} T}{T}$$

Dosadením vzťahu (3) do vzťahu (6) dostaneme:

$$\mathbf{j} = \frac{\mathbf{L} + \gamma\mu\mathbf{L}\times\mathbf{B} + (\gamma\mu)^2 (\mathbf{L} \cdot \mathbf{B})\, \mathbf{B}}{1 + (\gamma\mu B)^2} \tag{9}$$

kde

$$\mathbf{L} = \gamma\mu n\mathbf{E} - \mu \frac{kT}{|q|} \operatorname{grad} n - \mu \frac{kT}{|q|} \frac{n}{T} \operatorname{grad} T \tag{10}$$

Pre elektróny majú rovnice (9) a (10) nasledujúci tvar

$$\mathbf{j}_n = \frac{\mathbf{L}_n - \mu_n\mathbf{L}_n \times \mathbf{B} + \mu_n^2(\mathbf{L}_n \cdot \mathbf{B})\, \mathbf{B}}{1 + (\mu_n B)^2} \tag{11}$$

$$\mathbf{L}_n = -\mu_n n\mathbf{E} - \mu_n \frac{kT}{e} \operatorname{grad} n - \mu_n \frac{kT}{e} \frac{n}{T} \operatorname{grad} T \tag{12}$$

Pre diery majú tieto rovnice tvar

$$\mathbf{j}_p = \frac{\mathbf{L}_p + \mu_p\mathbf{L}_p\times\mathbf{B} + \mu_p^2(\mathbf{L}_p \cdot \mathbf{B})\, \mathbf{B}}{1 + (\mu_p B)^2} \tag{13}$$

$$\mathbf{L}_p = \mu_p p\mathbf{E} - \mu_p \frac{kT}{e} \operatorname{grad} p - \mu_p \frac{kT}{e} \frac{p}{T} \operatorname{grad} T \tag{14}$$

Vzťahy (11) a (13) sú dôležité, lebo ako neskôr uvidíme, vystupujú v rovnici spojitosti. Prv ako napíšeme rovnicu spojitosti, musíme si uvedomiť, že v prípade elektrónov a dier môže nastať buď rekombinácia párov elektrón—diera, alebo generácia párov elektrón—diera. Počet rekombinovaných párov v objemovej jednotke za jednotku času podľa vzorca (5.2.1) je γnp.

[1]) Pretože vzorec (8) platí pre rovnovážny termodynamický stav systému je potrebné urobiť nasledujúcu poznámku: Myslíme si systém rozdelený na elementárne (makroskopické) objemy, ktoré sa nachádzajú v rovnovažnom termodynamickom stave, ale systém ako celok sa nachádza v nerovnovážnom termodynamickom stave (lokálne rovnovážne termodynamické stavy, teplota, tlak a Fermiho hladina sú funkciami polohy).

Ak označíme počet párov generovaných v objemovej jednotke za jednotku času g_r, tak celkový počet párov elektrón—diera zanikajúcich v objemovej jednotke za jednotku času bude vyjadrený vzťahom

$$U = \gamma np - g_r$$

g_r vypočítame z podmienky, že pre termodynamický rovnovážny stav $U = 0$. Môžeme teda písať:

$$U = \gamma(np - n_0 p_0) \tag{15}$$

kde n_0, p_0 sú rovnovážne koncentrácie elektrónov a dier. Rovnica spojitosti pre elektróny (rov. 10.7.1 v I. dieli) bude:

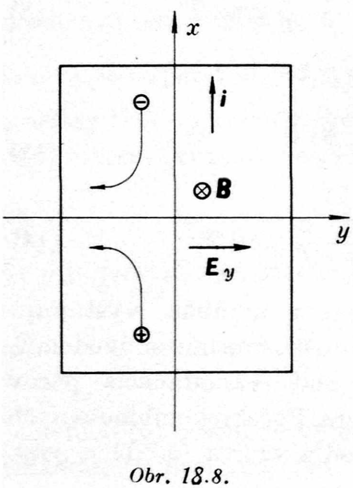
$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} \boldsymbol{j}_n + U = 0 \tag{16}$$

a pre diery

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \operatorname{div} \boldsymbol{j}_p + U = 0 \tag{17}$$

Rovnice (11), (13), (16), (17) spolu s Maxwellovými rovnicami postačia na riešenie galvanických a galvanometrických javov.

Teraz môžeme pristúpiť k vyšetrovaniu galvanometrického javu, ktorý nazývame *Hallovým javom.* Pri vyšetrovaní Hallovho javu budeme predpokladať, že sú splnené nasledovné podmienky:



Obr. 18.8.

$$\left.\begin{aligned}
&\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0 \\
&\operatorname{grad} n = \operatorname{grad} p = \operatorname{grad} T = 0, \quad \frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \\
&1 + (\mu_n B)^2 \approx 1 \\
&\text{a} \\
&1 + (\mu_p B)^2 \approx 1 \ \text{(slabé magnetické pole)}
\end{aligned}\right. \tag{18}$$

Ďalej nech vonkajšie priložené elektrické pole má smer osi x a magnetické pole nech má smer osi z (*obr. 18.8*). Elektróny a diery v dôsledku Lorentzovej sily budú sa vychyľovať tak, ako je to znázornené na *obr. 18.8.* V dôsledku nerovnakej pohyblivosti a koncentrácie elektrónov a dier na protiľahlých stenách kolmých na os y vzniknú opačné náboje, ktoré zapričiňujú vznik priečneho elektrického poľa. Pre výpočet intenzity priečneho poľa budeme vychádzať zo vzťahov (11) a (13). Rovnice (11) a (13) pri rešpektovaní podmienok (18) majú nasledovný tvar

$$\mathbf{j}_n = -\mu_n n \mathbf{E} + \mu_n^2 n \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{j}_p = \mu_p p \mathbf{E} + \mu_p^2 p \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

Vektor prúdovej hustoty je daný vzťahom

$$\mathbf{i} = e(\mathbf{j}_p - \mathbf{j}_n) = e(\mu_n n + \mu_p p)\,\mathbf{E} + e(\mu_p^2 p - \mu_n^2 n)\,\mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

Z podmienok $\mathbf{i} = i_x$ a $i_y = 0$ dostaneme dve rovnice

$$\mathbf{i} = e(\mu_n n + \mu_p p)\,E_x + e(\mu_p^2 p - \mu_n^2 n)\,E_y B \tag{19}$$

$$0 = (\mu_n n + \mu_p p)\,E_y - (\mu_p^2 p - \mu_n^2 n)\,E_x B \tag{20}$$

Intenzitu priečneho poľa dostaneme riešením rovníc (19) a (20). Ak sa obmedzíme iba na lineárny člen vzhľadom na B, môžeme pre priečnu zložku E_y písať:

$$E_y = \frac{\mu_p^2 p - \mu_n^2 n}{e(\mu_n n + \mu_p p)^2}\,\mathrm{i}B = R\,\mathrm{i}B \tag{21}$$

kde

$$R = \frac{\mu_p^2 p - \mu_n^2 n}{e(\mu_n n + \mu_p p)^2}$$ je *Hallova konštanta.*