

Úlohy na cvičenie

1. Koľko elektrónov obsahuje náboj častice prachu hmotnosti $m = 10^{-11}$ g, keď sa udržiava v rovnováhe medzi vodorovnými doskami kondenzátora so vzdialenosťou dosák 0,5 cm a potenciálovým rozdielom $u = 76,5$ voltov? (40 elektrónov)

2. Vypočítajte kapacitu valcového kondenzátora tvoreného dvoma súosovými valcovými plochami s polomeri r_1 a r_2 a výškou h ! [$C = 2\pi\epsilon h / (\ln r_2 - \ln r_1)$]

3. Vypočítajte kapacitu guľového kondenzátora tvoreného dvoma sústrednými guľovými plochami s polomeri r_1 a r_2 ! [$C = 4\pi\epsilon r_1 r_2 / (r_2 - r_1)$]

4. Rovinné elektródy sú od seba odizolované porcelánovou doskou hrubou 5 mm a vzduchovou vrstvou hrubou tiež 5 mm. Vypočítajte intenzitu elektrostatického poľa vo vzduchu ($\epsilon_{r1} = 1$) a v porceláne ($\epsilon_{r2} = 6$), keď potenciálový rozdiel elektród je 10 kV! Aké je napätie na vzduchovej vrstve a na porcelánovej doske? ($E_1 = 1\,713 \cdot 10^3$ kV/M, $u_1 = 8,56$ kV, $E_2 = 285,5 \cdot 10^3$ kV/M, $u_2 = 1,429$ kV)

2. USTÁLENÝ ELEKTRICKÝ PRÚD VO VODIČOCH A POLOVODIČOCH

2.1. Elektrický prúd a vektor prúdovej hustoty. Vodičom elektriny sa nazýva prostredie, ktoré obsahuje voľne pohyblivé nosiče elektrického náboja. Podľa elektrónovej teórie kovov v kovoch a z tejto stránky kovom sa podobajúcich látkach, napríklad v grafit, sú to len elektróny. V elektricky vodivých roztokoch, v tzv. roztokoch elektrolytov, a ionizovaných plynch sú to však aj rozličné kladné a záporné ióny. Okrem toho v niektorých látkach sa elektrický náboj prenáša aj mechanizmom, ktorý veľmi pripomína pohyb voľných kladne nabitých „elektrónov,“. Vo všeobecnosti treba preto predpokladať, že vo vodiči sa môže voľne pohybovať kladná aj záporná elektrina.

Voľné nosiče náboja nie sú vo vodiči nikdy v pokoji, ale konajú neusporiadaný tepelný pohyb; v časovom priemere ich rýchlosti sa však rovnajú nule. Keď však vo vodiči vytvoríme nejakým spôsobom elektrické pole intenzity $\mathbf{E}$, priemerné rýchlosti nosičov náboja sa už nebudú rovnať nule. Nech je priemerná rýchlosť i -tého druhu voľných nosičov náboja vo vodiči $\mathbf{v}_i$ a nimi realizovaná objemová hustota elektrického náboja ϱ_i . Vektor

$$\mathbf{i} = \sum \varrho_i \mathbf{v}_i \quad (1)$$

volá sa vektor hustoty prúdenia elektriny vo vodiči. Keďže každý zo sčítancov $\varrho_i \mathbf{v}_i$ je v izotropnom vodiči s vektorom intenzity poľa $\mathbf{E}$ súhlasne rovnobežný, tento smer má aj vektor $\mathbf{i}$. Jeho absolútna hodnota sa číselne rovná množstvu kladnej elektriny, ktorá v smere intenzity poľa $\mathbf{E}$ prejde za jednotku času cez plošnú jednotku na smer tohto vektora kolmú, zväčšenému o množstvo zá-

pornej elektriny, ktorá cez tú istú plošnú jednotku prejde súčasne v smere opačnom. Pretože pohyb kladného náboja v určitom smere je obyčajne rovnocenný s pohybom záporného náboja v smere opačnom, namiesto skutočného pohybu nábojov vo vodiči najčastejšie budeme si môcť predstavovať, že vo vodiči je pohyblivý napríklad len kladný náboj a písať $\mathbf{i} = \rho \mathbf{v}$, kde ρ je hustota vo vodiči predpokladaného voľného elektrického náboja určitého znamienka a $\mathbf{v}$ priemerná rýchlosť jeho pohybu v danom elektrickom poli.

Skalárny súčin

$$dI = \mathbf{i} \cdot d\mathbf{S}$$

znamená zrejme množstvo elektriny prechádzajúcej za jednotku času cez plošku dS na stranu jej orientácie. Integrál podobného významu

$$I = \int \mathbf{i} \cdot d\mathbf{S} \quad (2)$$

počítaný cez plochu konečných rozmerov, napríklad cez celý prierez nejakého vodiča, volá sa *intenzita elektrického prúdu* alebo stručne len *prúd* prechádzajúci cez túto plochu na stranu jej orientácie. Je veľmi potrebné dobre si uvedomiť, že vzorcom (2) definovaný *elektrický prúd* (intenzita elektrického prúdu) je veličinou jednoznačne určenou až po orientácii plochy (napríklad prierezu vodiča), na ktorú sa vzťahuje. Zvolenú orientáciu prierezov jednotlivých vetví elektrickej siete (čl. 2.4) vyznačujeme na obrázku šípkami. Jednotka elektrického prúdu v sústave SI sa nazýva 1 ampér.

Predstavme si v sebe uzavretú plochu S , ktorá je celá vo vnútri vodiča, alebo čiastočne zasahuje aj do jeho okolia. Plošný element tejto plochy orientovaný znútra na vonkajšiu stranu plochy nech je $d\mathbf{S}$. Keď celkový elektrický náboj prítomný vo vnútri plochy S je Q , je zrejme správna rovnica

$$-\oint \mathbf{i} \cdot d\mathbf{S} = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} \int \rho \, d\tau = \int \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau$$

kde $d\tau$ je objemový element. Keď plošný integrál na ľavej strane tejto rovnice podľa Gaussovej vety vektorového počtu nahradíme integrálom objemovým, dostaneme rovnicu

$$\int (\operatorname{div} \mathbf{i}) d\tau = - \int \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau$$

z ktorej vyplýva rovnica

$$\operatorname{div} \mathbf{i} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

Rovnica (3) sa nazýva *rovnica kontinuity* elektrického prúdu. Vyjadruje zákon o zachovaní elektrického množstva.

Prúdenie elektriny vo vodiči môže byť trojaké: *stacionárne*, *kvázistacionárne* a *nestacionárne*. Hovoríme, že prúdenie elektriny je *stacionárne* (ustálené), keď pri ňom vektor $\mathbf{i}$ nie je funkciou času, ale len miesta. V tom prípade ani skalárna veličina $\text{div } \mathbf{i}$ nezávisí od času, takže integráciou rovnice (3) dostávame potom:

$$\varrho = -t \text{ div } \mathbf{i} + \text{const}$$

Podľa tohto výsledku pri stacionárnom prúde elektriny vo vodiči hustota elektrického náboja v ňom by sa s časom mohla ešte rovnomerne zväčšovať alebo znižovať. Podľa 1. Maxwellovej rovnice $\text{div } \mathbf{D} = \varrho$ to by však značilo, že sa vo vodiči mení elektrické pole a v dôsledku toho aj vektor $\mathbf{i}$, čo je proti predpokladu. Pri stacionárnom prúde elektriny vo vodiči môže byť preto správna len rovnica

$$\text{div } \mathbf{i} = 0 \quad (4)$$

Hovoríme, že prúdenie elektriny je *kvázistacionárne*, keď vektor $\mathbf{i}$ je funkciou aj času, avšak napriek tomu aspoň prakticky je $\text{div } \mathbf{i} = 0$. Konečne, keď $\mathbf{i}$ je funkciou času a okrem toho je $\text{div } \mathbf{i} \neq 0$, prúdenie sa nazýva *nestacionárnym*. V tejto kapitole sa budeme zaoberať len ustálenými prúdmi vo vodičoch.

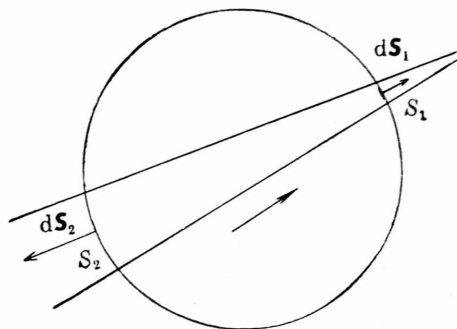
Predstavme si vodič elektriny tvaru znázorneného na obr. 2.1, ktorý v sebe uzavretá plocha S pretína dvakrát. Príslušné rezy nech sú S_1 a S_2 a vodič nech je orientovaný podľa šípky vyznačenej na obrázku. Keď vo vodiči je ustálený prúd a elementárne plošné vektory $d\mathbf{S}$ sú z plochy S von orientované podľa rovnice (4) je

$$\int_{S_1} \mathbf{i} \cdot d\mathbf{S} + \int_{S_2} \mathbf{i} \cdot d\mathbf{S} = +I_1 - I_2 = \int (\text{div } \mathbf{i}) d\tau = 0$$

t. j. $I_1 = I_2$. Slovom: pri ustálených (a kvázistacionárnych) prúdoch každým prierezom vodiča prechádza rovnaký prúd.

2.2. Ohmov zákon. Zo skúsenosti vieme, že v kovoch a kovom podobných vodičoch a v roztokoch elektrolytov vektor prúdovej hustoty $\mathbf{i}$ aj pri veľmi silných prúdoch je úmerný intenzite elektrického poľa $\mathbf{E}$, teda

$$\mathbf{i} = \kappa \mathbf{E} \quad (1)$$



Obr. 2.1.