

Prúdenie elektriny vo vodiči môže byť trojaké: *stacionárne*, *kvázistacionárne* a *nestacionárne*. Hovoríme, že prúdenie elektriny je *stacionárne* (ustálené), keď pri ňom vektor $\mathbf{i}$ nie je funkciou času, ale len miesta. V tom prípade ani skalárna veličina $\text{div } \mathbf{i}$ nezávisí od času, takže integráciou rovnice (3) dostávame potom:

$$\varrho = -t \text{ div } \mathbf{i} + \text{const}$$

Podľa tohto výsledku pri stacionárnom prúde elektriny vo vodiči hustota elektrického náboja v ňom by sa s časom mohla ešte rovnomerne zväčšovať alebo znižovať. Podľa 1. Maxwellovej rovnice $\text{div } \mathbf{D} = \varrho$ to by však značilo, že sa vo vodiči mení elektrické pole a v dôsledku toho aj vektor $\mathbf{i}$, čo je proti predpokladu. Pri stacionárnom prúde elektriny vo vodiči môže byť preto správna len rovnica

$$\text{div } \mathbf{i} = 0 \quad (4)$$

Hovoríme, že prúdenie elektriny je *kvázistacionárne*, keď vektor $\mathbf{i}$ je funkciou aj času, avšak napriek tomu aspoň prakticky je $\text{div } \mathbf{i} = 0$. Konečne, keď $\mathbf{i}$ je funkciou času a okrem toho je $\text{div } \mathbf{i} \neq 0$, prúdenie sa nazýva *nestacionárnym*. V tejto kapitole sa budeme zaoberať len ustálenými prúdmi vo vodičoch.

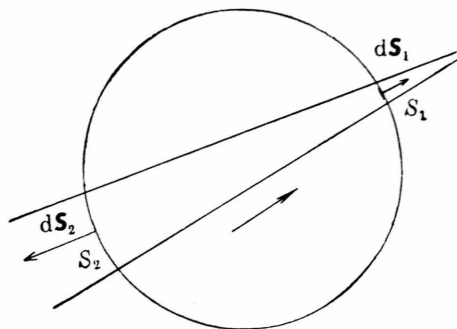
Predstavme si vodič elektriny tvaru znázorneného na obr. 2.1, ktorý v sebe uzavretá plocha S pretína dvakrát. Príslušné rezy nech sú S_1 a S_2 a vodič nech je orientovaný podľa šípky vyznačenej na obrázku. Keď vo vodiči je ustálený prúd a elementárne plošné vektory $d\mathbf{S}$ sú z plochy S von orientované podľa rovnice (4) je

$$\int_{S_1} \mathbf{i} \cdot d\mathbf{S} + \int_{S_2} \mathbf{i} \cdot d\mathbf{S} = +I_1 - I_2 = \int (\text{div } \mathbf{i}) d\tau = 0$$

t. j. $I_1 = I_2$. Slovom: pri ustálených (a kvázistacionárnych) prúdoch každým prierezom vodiča prechádza rovnaký prúd.

2.2. Ohmov zákon. Zo skúsenosti vieme, že v kovoch a kovom podobných vodičoch a v roztokoch elektrolytov vektor prúdovej hustoty $\mathbf{i}$ aj pri veľmi silných prúdoch je úmerný intenzite elektrického poľa $\mathbf{E}$, teda

$$\mathbf{i} = \kappa \mathbf{E} \quad (1)$$



Obr. 2.1.

Vzťah (1) sa nazýva *Ohmov zákon*. Konštanta úmernosti κ sa nazýva *merná vodivosť* vodiča. Recipročná hodnota mernej vodivosti, $\varrho = 1/\kappa$ sa volá *merný odpor* vodiča.

Keď na vodiči (drôte) udržujeme nejakým spôsobom stále napätie u (rozdiel potenciálov začiatku a konca vodiča), každým prierezom vodiča prechádza rovnaký elektrický prúd. Zväčšenie napätia u má za následok zväčšenie intenzity elektrického poľa vo vodiči v rovnakom pomere, preto — podľa vzťahu (1) — sa v tom istom pomere zväčší aj prúd. Prúd I vo vodiči je teda úmerný napätiu na vodiči, $I = Ku$. Konštanta úmernosti K v tomto vzťahu sa volá *vodivosť* (konduktivita) vodiča. Jej jednotka v sústave SI sa volá siemens. Jej recipročná hodnota sa označuje R a volá sa *odpor* (rezistencia) vodiča, takže je tiež

$$I = \frac{u}{R} \quad (2)$$

Pretože vzťah (2) je bezprostredným dôsledkom vzťahu (1), predstavuje tiež vyjadrenie *Ohmovho zákona*, avšak v tzv. integrálnom tvare, lebo je $I = \int i \cdot dS$ a $u = \int E \cdot ds$.

Podobne ako v prípade kondenzátora aj znamienko napätia na vodiči je závislé od toho, ktorý z obidvoch koncov vodiča považujeme za prvý a ktorý za druhý. Preto ak chceme, aby vzťahom (2) definovaný odpor vodiča R a teda aj jeho vodivosť K boli veličiny kladné, prúd I musí byť počítaný súhlasne s orientáciou vodiča, danou napríklad rozlíšením jeho počiatku a konca, ktorá rozhoduje aj o znamienku napätia.

V sústave SI jednotkou elektrického odporu je

$$1 \text{ ohm} = \frac{1 \text{ volt}}{1 \text{ ampér}} = \frac{1 \text{ A}^{-1} \text{KM}^2 \text{S}^{-3}}{1 \text{ A}} = \text{A}^{-2} \text{KM}^2 \text{S}^{-3}$$

Jednotky 1 volt (V), 1 ampér (A) a 1 ohm (Q) sú realizované takto:

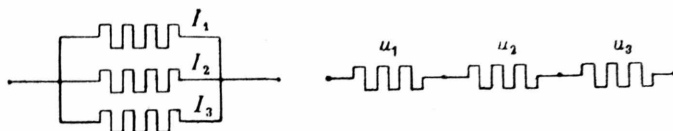
1. Elektromotorická sila galvanického článku *Westonovho* (čl. 3.5) pri teplote 20 °C je

$$e = 1,0183 \text{ volt}$$

2. Prúd intenzity 1 ampér vylúči z roztoku dusičnanu strieborného za 1 s na katóde 1,118 mg Ag. Definícia prúdu 1 ampér bude podaná až v čl. 4.4.

3. 1 ohm je odpor ortuťového stĺpca všade rovnakého prierezu, dĺžky 106,300 cm a hmotnosti 14,4521 g pri teplote 0 °C. Jeho prierez je 1 mm². Takto samostatne definované praktické jednotky elektrotechnické nazývame *jednotkami internacionálnymi*.

Niekoľko vodičov s odporom R_i môžeme zapojiť do vedenia elektrického prúdu *vedľa seba* alebo *za sebou* (obr. 2.2):



Obr. 2.2.

a) Pri spojení odporov vedľa seba (*paralelne*) sú všetky odpory pod rovnakým napätím, takže pre prúdy nimi prechádzajúce platí: $I_i = \frac{u}{R_i}$. Celková intenzita prúdu je teda $I = \sum I_i = u \sum \frac{1}{R_i}$, z čoho pre celkový odpor vedenia vyplýva: $R = \frac{u}{I} = \frac{1}{\sum \frac{1}{R_i}}$, alebo

$$\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$$

Pri spojení odporov vedľa seba sa sčítajú ich vodivosti.

b) Pri spojení odporov za sebou (*v sérii*) každým úsekom vedenia prechádza prúd rovnakej intenzity a na jednotlivých odporoch ustália sa napätia $u_i = IR_i$. Ich súčet je celkové na vedenie pripojené napätie u , ktoré je teda $u = \sum u_i = \sum IR_i = I \sum R_i$, z čoho pre celkový odpor vedenia vyplýva:

$$R = \frac{u}{I} = \sum R_i$$

Pri spojení odporov za sebou celkový odpor vedenia sa rovná súčtu odporov jednotlivých úsekov.

Odvodíme ešte vzťah medzi merným a celkovým odporom vodiča jednoduchého tvaru. Za tým účelom vo vnútri vodiča predstavme si elementárnu prúdovú trubicu s kolmým prierezom dS , ktorý sa pozdĺž trubice vo všeobecnosti mení. Dĺžkový element trubice nech je ds , pričom s značí vzdialenosť prierezu trubice od prierezu zvoleného za základ. Pretože v izotropnom prostredí vektor $\mathbf{E}$ je rovnobežný s osou trubice, rozdiel potenciálov vo dvoch na os trubice kolmých rezoch je

$$V_0 - V = \int_0^s \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_0^s E ds$$

alebo, keďže $i = \kappa E = \frac{1}{\varrho} E$, a teda $E = \varrho i$,

$$V_0 - V = \int_0^s \varrho i \, ds$$

Keď prúdovú hustotu i napíšeme v tvare $i = \frac{dI}{dS}$ a uvedomíme si, že prúd dI , keďže je pozdĺž trubice konštantný, môžeme písať pred integračné znamienko, máme:

$$V_0 - V = \int_0^s \varrho \frac{dI}{dS} \, ds = dI \int_0^s \frac{\varrho \, ds}{dS}$$

alebo

$$dI = \frac{V_0 - V}{\int_0^s \frac{\varrho \, ds}{dS}} = \frac{u}{\int_0^s \frac{\varrho \, ds}{dS}} \quad (3)$$

Keďže, podľa vzorca (2), odpor vodiča sa rovná podielu napätia na ňom a príslušného prúdu v ňom, výraz $\int_0^s \frac{\varrho \, ds}{dS}$ vyjadruje odpor úseku prúdovej trubice dĺžky s . Vo vodiči valcovitého tvaru pripojeného k svorkám zdroja prúdu pomocou jeho základní prúdové trubice majú konštantný prierez. Keď okrem toho prierez vodiča S vzhľadom na jeho dĺžku s je malý, celý vodič môžeme považovať za elementárnu prúdovú trubicu a pre jeho odpor R písať:

$$R = \int \frac{\varrho \, ds}{S} = \frac{\varrho}{S} \int ds = \varrho \frac{s}{S} \quad (4)$$

Odpor drótu je priamo úmerný jeho dĺžke, nepriamo úmerný jeho prierezu. Konštantu úmernosti je merný odpor materiálu vodiča.

Odpor kovových vodičov sa s teplotou zväčšuje. Pri teplotách nie veľmi odlišných od teploty 0°C závislosť odporu kovového vodiča od teploty dostatočne dobre vyjadruje lineárny vzorec

$$R = R_0[1 + \alpha(t - t_0)]$$

v ktorom R_0 je odpor pri teplote t_0 zvolenej za základ (obyčajne 20°C) a α je tzv. *teplotný koeficient elektrického odporu*.

Tabuľka 2.1

Merný odpor ρ niektorých kovov a kovových zliatín v Ωm a jeho teplotný koeficient

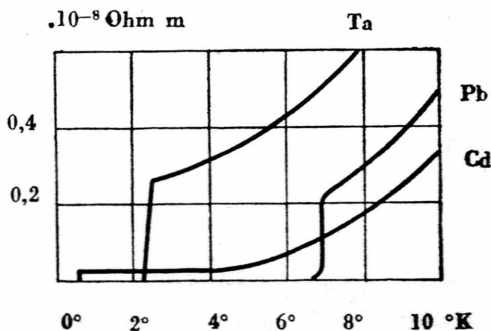
Čisté kovy	$10^6 \rho$	$10^3 \alpha$	Zliatiny	$10^6 \rho$	$10^3 \alpha$
Striebro	0,016	4,10	Mosadz (70 % Cu +	0,08	1,50
Meď	0,017	4,30	+ 30 % Zn)		
Zlato	0,023	4,00	Argentán (60 % Cu +	0,30	0,40
Hliník	0,029	4,40	+ 25 % Zn + 15 % Ni)		
Zinok	0,060	4,20	Nikelín 62 % Cu +	0,33	0,30
Nikel	0,070	6,70	+ 20 % Zn + 18 % Ni)		
Železo	0,086	6,60	Manganín (84 % Cu +	0,43	$\pm 0,02$
Platina	0,107	3,90	+ 12 % Mn + 4 % Ni)		
Olovo	0,210	4,20	Konštantán (60 % Cu +	0,50	$\pm 0,05$
Urtuť	0,958	0,99	+ 40 % Ni)		
Bizmut	1,200	4,50			

Z tabuľky 2.1 vyplýva, že teplotný koeficient elektrického odporu väčšiny čistých kovov je asi $0,004 \text{ deg}^{-1}$, čo je hodnota len o málo väčšia, než je koeficient teplotnej rozťažnosti plynov $\gamma = \frac{1}{273,2^\circ} = 0,00366 \text{ deg}^{-1}$, pomocou ktorého sa definuje tzv.

plynová teplota, prakticky totožná s absolútnou teplotou. To má tento zaujímavý dôsledok: s klesajúcou teplotou znižuje sa elektrický odpor niektorých kovových vodičov rýchlejšie ako absolútna teplota. Preto skôr, než sa dosiahne absolútny bod mrazu, nadobúda elektrický odpor týchto kovov skoro nulovú hodnotu. Vzniká tzv. *supravodivý stav*, ktorý zaujímavým pokusom dokázal K. Onnes. V olovenom prsteni ochladenom na teplotu kvapalného hélia vzbudil indukovaný prúd, ktorý sa udržal po niekoľko dní. Dokazovalo to trvalé magnetické pole v okolí prsteňa. Čisté olovo sa stáva supravodivým pri $7,2^\circ \text{K}$, cín pri $3,7^\circ \text{K}$.

Závislosť merného odporu kovu od jeho teploty nie je však presne lineárna a v blízkosti absolútnej nuly teploty nemôže byť dobre vystihnúť ani vzorcom $\rho = \rho_0(1 + \alpha t + \beta t^2)$, v ktorom je aj kvadratický člen. Skutočná závislosť merného odporu

troch kovov od absolútnej teploty v blízkosti absolútnej nuly je graficky znázornená na obr. 2.3. Vidíme na ňom, že merný odpor kovov pri tzv. *kritickej teplote*, ktorá je pre každý kov charakteristická, klesá náhle prakticky až na nulu. Supravodivý stav kovov sa v posledných rokoch veľmi intenzívne študuje a využíva napríklad na zhotovovanie elektromagnetov malých rozmerov a umožňujúcich budenie veľmi silných magnetických polí.



Obr. 2.3.

Ako to tiež z *tabuľky 2.1* vyplýva, pre odpor zliatin platí zmiešavacie pravidlo len výnimočne, keď zliatina je mechanickou zmesou kryštálov čistých zložiek, ako je to v zliatine Cd—Pb. Keď však zliatina, ako je to najčastejšie, je zmesou vzájomných pevných roztokov svojich zložiek, jej merný odpor je väčší ako podľa zmiešavacieho pravidla. Teplotný koeficient elektrického odporu takýchto zliatin však býva malý. Niektoré zliatiny (napríklad *manganín* alebo *konštantán*) majú neobyčajne malý teplotný koeficient elektrického odporu, takže tento je prakticky od teploty nezávislý. Používajú sa na zhotovovanie *reostatorov*, t. j. prístrojov, pomocou ktorých sa zaraďujú do vedení elektrického prúdu potrebné elektrické odpory.

Je veľmi zaujímavé, že elektrický odpor niektorých kovov, najmä bizmutu, je závislý od intenzity magnetického poľa v nich vytvoreného, ako to dokazujú tieto číselné údaje:

Intenzita magnetického poľa $H = 0, 8, 16, 24, 32 \cdot 10^5 \text{ AM}^{-1}$.

Zväčšenie odporu $\frac{R}{R_0} = 1, 1,48, 2,09, 2,70, 3,37$.

Na tomto jave sa zakladá jedna z metód merania intenzity magnetického poľa.

2.3. Práca a výkon elektrického prúdu. Keď z miesta s potenciálom V_1 prejde elektrické množstvo dQ na miesto s potenciálom V_2 , zariadenie, ktoré potenciálny rozdiel $V_1 - V_2$ udržiava, vykoná prácu $dA = (V_1 - V_2) \cdot dQ$.

Pretože $I = \frac{dQ}{dt}$, môžeme písať: $dA = (V_1 - V_2) dQ = uI dt$. Za konečný čas vykonaná práca je teda

$$A = \int uI dt \quad (1)$$

Keď sa napätie u a teda ani intenzita I s časom nemenia, je

$$A = uIt \quad (2)$$

Výkon zdroja elektrického prúdu je daný podielom

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{uI dt}{dt} = uI \quad (3)$$

Keď odpor spotrebiča, v ktorom zdroj elektrickej energie pri napätí u udržiava prúd I , je R , výkon zdroja prúdu je aj

$$N = uI = \frac{u^2}{R} = RI^2 \quad (4)$$

Keďže v sústave SI jednotkou práce je 1 joule a jednotkou výkonu 1 watt, je

1 volt . ampér . sekunda = $\text{A}^{-1}\text{KM}^2\text{S}^{-3}$. $\text{A} \cdot \text{S} = \text{KM}^2\text{S}^{-2} = 1 \text{ joule}$,

1 volt . ampér = $\text{KM}^2\text{S}^{-3} = 1 \text{ watt}$.