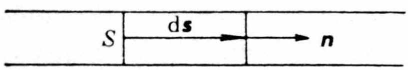
4.3. Vodič prúdu v magnetostatickom poli. Nech je d$\mathbf{s}$ orientovaný dĺžkový element dostatočne tenkého vodiča prúdu, napríklad tenkého medeného drôtu, v ktorom prúd počítaný v smere elementu d$\mathbf{s}$ je I. Súčin I d$\mathbf{s}$, keď prúd I má v ňom tento význam, nazýva sa *prúdovým elementom* vodiča. Nech je prierez drôtu S a jednotkový vektor s vektorom d$\mathbf{s}$ súhlasne rovnobežný označme písmenom $\mathbf{n}$. Podľa *obr. 4.2* je potom

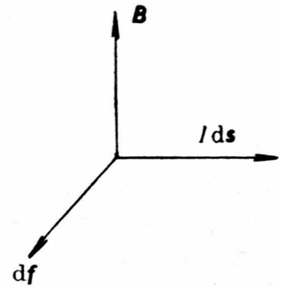
$$I\,\mathrm{d}\mathbf{s} = (\mathbf{i}\,.\,\mathbf{S})\,\mathrm{d}s = (\mathbf{i}\,.\,\mathbf{nn})\,S\,\mathrm{d}s = \mathbf{i}\,\mathrm{d}\tau \tag{1}$$

kde dτ je objemový element drôtu medzi jeho dvoma k sebe veľmi blízkymi rezmi. Vektor prúdovej hustoty $\mathbf{i}$ môžeme v tomto vzorci vyjadriť ešte pomocou hustoty a ϱ rýchlosti $\mathbf{v}$ usporiadanej časti vo vodiči voľne pohyblivého náboja, o ktorom môžeme pre určitosť predstavy predpokladať, že je to napríklad len kladný náboj. Dostávame potom

$$I\,\mathrm{d}\mathbf{s} = \mathbf{i}\,\mathrm{d}\tau = \varrho\mathbf{v}\,\mathrm{d}\tau = \mathbf{v}\,\mathrm{d}q \tag{2}$$



Obr. 4.2.



Obr. 4.3.

Na dĺžkový element vodiča prúdu, v ktorom sa náboj dq pohybuje rýchlosťou $\mathbf{v}$, podľa vzorcov (1) a (2) účinkuje teda sila

$$\mathrm{d}\mathbf{f} = \mathrm{d}q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = I\,\mathrm{d}\mathbf{s} \times \mathbf{B} \tag{3}$$

Vzorec (3) vyjadruje silu pôsobiacu na dĺžkový element vodiča prúdu v poli magnetickom.

Kvalitatívny obsah vzťahu (3) vyjadruje tzv. *pravidlo ľavej ruky* (*obr. 4.3*): Keď ľavú ruku položíme na vodič prúdu tak, aby prsty smerovali po prúde a ruku natočíme potom ešte tak, aby vektor $\mathbf{B}$ smeroval do dlane, palec ukazuje smer sily d$\mathbf{f}$ pôsobiacej na príslušný element vodiča.

V magnetickom poli s indukciou $\mathbf{B}$ nech sa nachádza v sebe uzavretý vodič elektrického prúdu s prúdom I. Podľa vzorca (3) účinkuje na takýto vodič sila

$$\mathbf{f} = \oint I\,\mathrm{d}\mathbf{s} \times \mathbf{B} = -I \oint \mathbf{B} \times \mathrm{d}\mathbf{s} \tag{a}$$

Podľa Stokesovej vety vektorového počtu, keď $\mathbf{v}$ je vektorová funkcia polohy bodu v priestore potrebných vlastností, je $\oint \mathbf{v}\,.\,\mathrm{d}\mathbf{s} = \int \mathrm{rot}\,\mathbf{v}\,.\,\mathrm{d}\mathbf{S}$, pričom plošný integrál na pravej strane poslednej rovnice sa vzťahuje na plochu, ktorá je ohraničená integračnou dráhou, pozdĺž ktorej sa počíta krivkový integrál predstavujúci ľavú stranu tejto rovnice a plošný vektor $d\boldsymbol{S}$ je orientovaný na tú stranu, z ktorej sa obiehanie integračnej dráhy pri tvorbe integrálu $\oint \boldsymbol{v} \,.\, d\boldsymbol{s}$ javí v zmysle proti pohybu hodinových ručičiek.

Aby sme mohli nahradiť plošným integrálom aj krivkový integrál vo vzorci (a), v ktorom namiesto skalárneho súčinu dvoch vektorov je vektorový súčin, budeme upravovať skalárny súčin integrálu $\oint \boldsymbol{B} \times d\boldsymbol{s}$ s ľubovoľným konštantným vektorom $\boldsymbol{a}$. Dostávame:

$$\boldsymbol{a} \,.\, \oint \boldsymbol{B} \times d\boldsymbol{s} = \oint (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{B}) \,.\, d\boldsymbol{s} = \int \nabla \times (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{B}) \,.\, d\boldsymbol{S} =$$
$$= \int [\boldsymbol{a}(\nabla \,.\, \boldsymbol{B}) - \boldsymbol{a} \,.\, \nabla\boldsymbol{B})] \,.\, d\boldsymbol{S} = -\boldsymbol{a} \,.\, \int \operatorname{grad} \boldsymbol{B} \,.\, d\boldsymbol{S}$$

lebo, ako sa presvedčíme v čl. 4.4, je vždy $\nabla \,.\, \boldsymbol{B} = \operatorname{div} \boldsymbol{B} = 0$. Pretože vektor $\boldsymbol{a}$ je ľubovoľný, je správna aj rovnica $\oint \boldsymbol{B} \times d\boldsymbol{s} = -\int \operatorname{grad} \boldsymbol{B} \,.\, d\boldsymbol{S}$.

Sila účinkujúca na uzavretý vodič elektrického prúdu v magnetickom poli je teda tiež

$$\boldsymbol{f} = -I \oint \boldsymbol{B} \times d\boldsymbol{s} = I \int \operatorname{grad} \boldsymbol{B} \,.\, d\boldsymbol{S} \tag{4}$$

V homogénnom magnetickom poli je $\operatorname{grad} \boldsymbol{B} = 0$. Podľa vzorca (4) celková, na uzavretý vodič prúdu v homogénnom magnetickom poli účinkujúca sila sa teda rovná nule, takže sily $d\boldsymbol{f}$, ktoré účinkujú na jednotlivé dĺžkové elementy vodiča, skladajú sa vo dvojicu. Vypočítame jej moment, ktorý sa rovná súčtu momentov elementárnych síl $d\boldsymbol{f}$, vzťahujúcich sa na ľubovoľný bod. Tento moment je

$$\boldsymbol{D} = \oint \boldsymbol{r} \times (I \, d\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{B}) = I \oint (\boldsymbol{B} \,.\, \boldsymbol{r}) \, d\boldsymbol{s} - I \oint \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r} \,.\, d\boldsymbol{s})$$

alebo, keďže v našom prípade vektor $\boldsymbol{B}$ je podľa predpokladu konštantný,

$$\boldsymbol{D} = I \oint (\boldsymbol{B} \,.\, \boldsymbol{r}) \, d\boldsymbol{s} - I\boldsymbol{B} \int (\operatorname{rot} \boldsymbol{r}) \,.\, d\boldsymbol{S} = I \oint (\boldsymbol{B} \,.\, \boldsymbol{r}) \, d\boldsymbol{s}$$

pretože $\operatorname{rot} \boldsymbol{r} = 0$.

Integrál $\oint (\boldsymbol{B} \,.\, \boldsymbol{r}) \, d\boldsymbol{s}$ s použitím Stokesovej vety upravíme na tvar plošného integrálu tak, že budeme upravovať tiež jeho skalárny súčin s ľubovoľným konštantným vektorom $\boldsymbol{a}$. Vychodí:

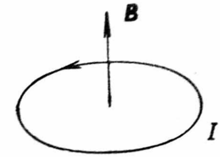
$$\boldsymbol{a} \,.\, \oint (\boldsymbol{B} \,.\, \boldsymbol{r}) \, d\boldsymbol{s} = \oint \boldsymbol{a}(\boldsymbol{B} \,.\, \boldsymbol{r}) \,.\, d\boldsymbol{s} = \int (\nabla \times \boldsymbol{a}\boldsymbol{B} \,.\, \boldsymbol{r}) \,.\, d\boldsymbol{S} =$$
$$= -\int (\boldsymbol{a} \times \nabla \boldsymbol{r} \,.\, \boldsymbol{B}) \,.\, d\boldsymbol{S} = -\int (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{B}) \,.\, d\boldsymbol{S} = -\boldsymbol{a} \,.\, \int \boldsymbol{B} \times d\boldsymbol{S}$$

Pretože vektor $\boldsymbol{a}$ je ľubovoľný, je $\oint (\boldsymbol{B} \,.\, \boldsymbol{r}) \, d\boldsymbol{s} = -\int \boldsymbol{B} \times d\boldsymbol{S}$, takže pre moment $\boldsymbol{D}$ dostávame:

$$\boldsymbol{D} = I \oint (\boldsymbol{B} \,.\, \boldsymbol{r}) \, d\boldsymbol{s} = -I \int \boldsymbol{B} \times d\boldsymbol{S} =$$
$$= -I\boldsymbol{B} \times \int d\boldsymbol{S} = -I\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{S} = I\boldsymbol{S} \times \boldsymbol{B} \tag{5}$$

kde $\boldsymbol{S}$ je plošný vektor priradený ploche ohraničenej prúdom I. Podľa vzorca (5) homogénne magnetické pole sa snaží natočiť v sebe uzavretý vodič prúdu tak, aby indukčné čiary prúdu vo vodiči splynuli s indukčnými čiarami vonkajšieho poľa (*obr. 4.4*).

Na silových účinkoch magnetického poľa na vodič elektrického prúdu je založená konštrukcia *voltmetrov*, *ampérmetrov*, *wattmetrov* a *galvanometrov* s pohyblivou cievkou. So zrkadlovým galvanometrom budeme sa zaoberať v čl. 6.5; princíp wattmetra bude podaný v čl. 6.11.



Obr. 4.4.

4.4. Biotov a Savartov zákon. Indukcia $\boldsymbol{B}$ v magnetickom poli vodičov elektrického prúdu závisí od ich tvaru, od prúdov v nich a od polohy bodu, v ktorom magnetickú indukciu máme na mysli. Biot a Savart r. 1820 zistili, že indukcia v okolí dlhého priameho vodiča je nepriamo úmerná vzdialenosti od vodiča prúdu. Pri vodičoch zložitejšieho tvaru možno vo všeobecnosti povedať len to, že indukcia magnetického poľa v ich okolí je úmerná prúdom vo vodičoch.

Indukcia v magnetickom poli každého vodiča prúdu závisí od všetkých jeho úsekov. Jednotlivé dĺžkové elementy vodiča prispievajú k celkovej indukcii $\boldsymbol{B}$ elementárnymi hodnotami $\mathrm{d}\boldsymbol{B}$, ktoré však priamo zmerať nemožno, lebo nemožno osamostatniť dĺžkový element vodiča prúdu. V okolí vodiča možno merať len magnetickú indukciu budenú celým vodičom prúdu. Laplaceovi zovšeobecnením rôznych experimentálnych výsledkov sa však napriek tomu podarilo nájsť elementárny zákon, ktorý pri svojom použití pre vodič ľubovoľne zložitého tvaru vždy správne vyjadruje magnetickú indukciu v poli elektrického prúdu. Tento zákon sa nazýva *Biotovým-Savartovým-Laplaceovým zákonom*, stručnejšie len Biotovým a Savartovým zákonom. Podľa tohto zákona dĺžkový element vodiča prúdu prispieva k indukcii magnetického poľa v okolí vodiča hodnotou

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B} = k\,\frac{I\,\mathrm{d}\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{r}}{r^3}$$

alebo, ak zavedieme tzv. *magnetickú permeabilitu vákua* vzťahom $\mu_0 = 4\pi k$, takže bude $k = \mu_0/4\pi$,

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{I\,\mathrm{d}\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{r}}{r^3} \tag{1}$$

V sústave SI dimenzia magnetickej permeability je

$$\mu_0 = ([\mathrm{B}]\,.\,\mathrm{M}) : \mathrm{A} = \mathrm{KMS}^{-2}\mathrm{A}^{-2}$$

Podľa svojej dnes platnej definície základná jednotka elektrického prúdu