

nevelké oblasti, ktoré sú samovoľne („spontánne“) zmagnetované do nasýtenia. Bez pôsobenia vonkajšieho magnetického poľa magnetizácia jednotlivých oblastí tejto *spontánnej magnetizácie* má však najrôznejšie smery, takže sa látka v priemere javí nemagnetickou. Vonkajšie magnetické pole vo feromagnetických látkach neorientuje jednotlivé molekuly, ale celé oblasti, takže magnetizácia týchto látok až do úplného nasýtenia sa môže uskutočniť pomerne ľahko.

Každé feromagnetikum sa vyznačuje určitou teplotou, pri ktorej zaniká jeho remanentná magnetizácia. Je to tzv. *bod Curieho*. Pri tejto teplote nastáva rozpad oblastí spontánnej magnetizácie a feromagnetikum stráca svoje feromagnetické vlastnosti. Pri teplotách vyšších, než je Curieho bod, správajú sa feromagnetiká len ako obyčajné paramagnetické látky.

**4.8. Permanentné magnety.** Remanentná magnetizácia feromagnetických látok umožňuje zhotovovať tzv. *permanentné* (stále) *magnety*. Sú to telesá, ktoré vytvárajú vo svojom okolí magnetické pole s časom sa nemeniace bez toho, že by v nich bol nejaký makroskopickými prostriedkami zistiteľný elektrický prúd. Permanentné magnety sa s výhodou zhotovujú z feromagnetických látok s veľkým remanentným magnetizmom a s veľkou koercitívnou silou, teda z magneticky tvrdých feromagnetických materiálov.

V zmysle vzorca (4.5.2), ktorý určuje vektor magnetickej indukcie v okolí v sebe uzavretého vodiča elektrického prúdu a ktorý v prípade prúdu ohraňujúceho veľmi malú plošku s priradeným plošným vektorom  $\mathbf{S}$  možno písať v tvare

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I \mathbf{S}}{4\pi} \cdot \left( \frac{3\mathbf{r}\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{I}}{r^3} \right) \quad (1)$$

magnetické pole v okolí permanentného magnetu (vo vákuu) je úplne určené magnetizáciou jeho jednotlivých objemových elementov. Podľa vzorca (1), v ktorom súčin  $\mu_0 I \mathbf{S}$  je magnetický moment jedného v sebe uzavretého prúdu, a s ohľadom na definíciu magnetizácie hmotného prostredia (pozri čl. 4.6) vektor magnetickej indukcie v okolí permanentného magnetu je

$$\mathbf{B} = \frac{1}{4\pi} \int \left( \frac{3\mathbf{r}\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{I}}{r^3} \right) \cdot \mathbf{M} \, d\tau \quad (2)$$

kde  $d\tau$  je objemový element. Intenzita magnetického poľa v okolí permanentného magnetu (vo vákuu) je teda

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \int \left( \frac{3\mathbf{r}\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{I}}{r^3} \right) \cdot \mathbf{M} \, d\tau \quad (3)$$

Pri počítaní intenzity magnetického poľa vo väčšej vzdialenosti od magnetu výraz v zátvorke môžeme považovať za konštantný a písať:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \left( \frac{3\mathbf{r}\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{I}}{r^3} \right) \cdot \int \mathbf{M} d\tau = \frac{\mathbf{M}^*}{4\pi\mu_0} \cdot \left( \frac{3\mathbf{r}\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{I}}{r^3} \right) \quad (4)$$

kde  $\mathbf{M}^* = \int \mathbf{M} d\tau$  je celkový magnetický moment permanentného magnetu, a polohový vektor  $\mathbf{r}$  treba vzťahovať najlepšie na stred magnetu.

Z porovnania vzorcov (4) a (1.5.2) vyplýva, že vo väčšej vzdialenosti od permanentného magnetu jeho pole je totožné s polom magnetického dipólu s momentom  $\mathbf{M}^*$ , nachádzajúcim sa v strede magnetu. O rozložení magnetického poľa v menšej vzdialenosti od tyčovitého magnetu, ktorý bol zmagnetovaný rovnobežne so svojou osou, správnejší obraz však dostaneme pomocou predpokladu, že magnet je tvorený dvoma magnetickými pólmi na osi magnetu, ktorých vzájomná vzdialenosť sa rovná asi  $4/5$  dĺžky tyčovitého magnetu.

**Príklad 1.** Vypočítame intenzitu magnetického poľa v tzv. I. a II. *Gaussovej polohe*, t. j. vo väčšej vzdialenosti  $a$  od stredu na osi  $\mathbf{a}$  v rovníkovej rovine tyčovitého magnetu, ktorého magnetický moment je  $\mathbf{M}^*$ .

Zo vzorca (4) pre intenzitu poľa v I. Gaussovej polohe dostávame:

$$\mathbf{H}_1 = \frac{\mathbf{M}^*}{4\pi\mu_0} \cdot \left( \frac{3\mathbf{a}\mathbf{a}}{a^5} - \frac{\mathbf{I}}{a^3} \right) = \frac{\mathbf{M}^*}{4\pi\mu_0} \left( \frac{3}{a^3} - \frac{\mathbf{I}}{a^3} \right) = \frac{\mathbf{M}^*}{2\pi\mu_0 a^3} \quad (5)$$

a v polohe II:

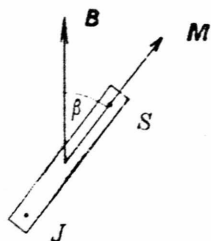
$$\mathbf{H}_2 = \frac{\mathbf{M}^*}{4\pi\mu_0} \cdot \left( \frac{3\mathbf{a}\mathbf{a}}{a^5} - \frac{\mathbf{I}}{a^3} \right) = -\frac{\mathbf{M}^*}{4\pi\mu_0 a^3} \quad (6)$$

lebo vektory  $\mathbf{M}^*$  a  $\mathbf{a}$  sú teraz na seba kolmé.

Zo vzorca (4.3.5), ktorý vyjadruje moment dvojice síl pôsobiacich na v sebe uzavretý vodič prúdu v homogénnom magnetickom poli, vyplýva bezprostredne, že na permanentný magnet v takomto poli, keď bolo vytvorené vo vákuu, účinkuje dvojica síl s momentom

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \int n \frac{\mu_0 I_e d\mathbf{S} \times \mathbf{B}}{\mu_0} d\tau = \\ &= \frac{1}{\mu_0} \int \mathbf{M} d\tau \times \mathbf{B} = \mathbf{M}^* \times \mathbf{H} \end{aligned} \quad (7)$$

kde  $\mathbf{M}^*$  je celkový magnetický moment magnetu. Táto dvojica síl sa snaží pootočiť magnet tak, aby jeho magnetická os (spojnica jeho magnetických pólů) bola súhlasne rovnobežná so siločiarami poľa. Keď magnet je uložený na osi prechádzajúcej cez jeho ťažisko (obr. 4.19), ktorá okrem toho je na siločiarach poľa



Obr. 4.19.

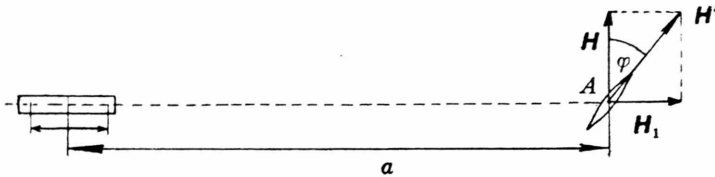
kolmá, a moment zotrvačnosti magnetu je  $J$ , pre pohyb takto upevneného magnetu v homogénnom magnetickom poli platí známa pohybová rovnica

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = D = -M^*H \sin \varphi \doteq -M^*H\varphi$$

z ktorej vyplýva, že pohyb magnetu je harmonické kývanie s kruhovou frekvenciou  $\omega = \sqrt{\frac{M^*H}{J}}$ . Zodpovedá jej perióda

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{M^*H}} \quad (8)$$

Vzorec (8) umožňuje merať magnetický moment magnetu sledovaním jeho pohybu v známom magnetickom poli, alebo určovať intenzitu magnetického poľa pomocou magnetu so známym magnetickým momentom.



Obr. 4.20.

Najdôležitejšou vlastnosťou tyčovitého permanentného magnetu je jeho magnetický moment  $M^*$ . Keby sme presne poznali veľkosť vodorovnej zložky intenzity zemského magnetického poľa (u nás asi 16 A/m), s ohľadom na vzorec (8) na určenie magnetického momentu magnetu stačilo by zmerať dobu jeho kyvu okolo zvislej osi v zemskom poli magnetickom. Ale pretože vodorovná zložka intenzity zemského magnetizmu obyčajne nie je presne známa, vzorec (8) poskytuje len súčin  $M^*H$ .

Druhú rovnicu pre výpočet momentu  $M^*$  (a súčasne aj intenzity  $H$ ) dostaneme z porovnania vodorovnej zložky intenzity zemského magnetického poľa a intenzity poľa skúmaného magnetu. Za tým účelom skúmaný magnet dáme do polohy kolmej na magnetický poludník a vo vzdialenosti  $a$  od jeho stredu umiestime (v tzv. I. Gaussovej polohe) malú magnetku s deleným kruhom (obr. 4.20). Podľa vzorca (5) magnet budí v bode A intenzitu

$$H_1 = \frac{M^*}{2\pi\mu_0 a^3}$$

ktorá sa skladá s vodorovnou zložkou zemského magnetického poľa  $H$  vo

výslednú intenzitu  $\mathbf{H}'$ , ktorá odkláňa os magnetky od magnetického poludníka o uhol  $\varphi$ . Podľa obr. 4.20 pre uhol  $\varphi$  platí:

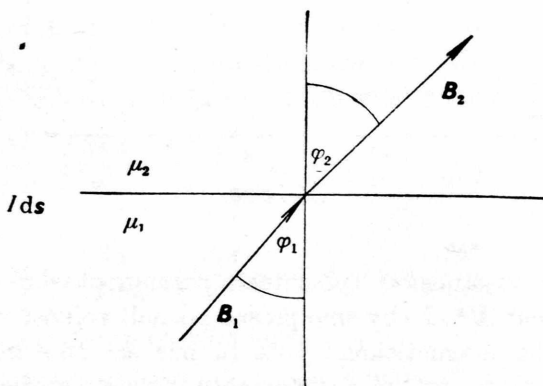
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{H_1}{H} = \frac{M^*}{2\pi\mu_0 H a^3}$$

takže

$$\frac{M^*}{H} = 2\pi\mu_0 a^3 \operatorname{tg} \varphi \quad (9)$$

Rovnice (8) a (9) postačujú na určenie  $M^*$  aj  $H$ .

**4.9. Lom magnetických siločiar.** Vektorové čiary vektora magnetickej indukcie  $\mathbf{B}$  nazývame *magnetickými indukčnými čiarami*. V izotropných prostrediach, v ktorých  $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$ , sú s nimi totožné čiary magnetickej intenzity  $\mathbf{H}$ ,



Obr. 4.21.

ktoré sa nazývajú *magnetickými siločiarami*. Zákon lomu elektrických siločiar na rozhraní dvoch izotropných nevodičov sme odvodili pomocou rovníc  $\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = 0$  a  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0$ . Rovnice (4.4.7) a (4.6.5) hovoria, že v magnetickom poli v okolí rozhrania dvoch hmotných prostredí sú splnené podobné rovnice:  $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$  a  $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = 0$ . Z porovnania týchto rovníc s rovnicami platnými pre vektory elektrické vyplýva, že pre lom magnetických siločiar na rozhraní dvoch izotropných magnetík platí rovnaký zákon ako pre lom siločiar elektrických (obr. 4.21),

$$\frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad (1)$$