poľa $\mathbf{E}$ v závitoch cievky je súčtom intenzity poľa $\mathbf{E}_s$, budeného nábojmi na povrchu závitov, a intenzity indukovanej $\mathbf{E}_i$, takže $\mathbf{E} = \mathbf{E}_s + \mathbf{E}_i$. Keďže podľa predpokladu ohmický odpor cievky je nulový, aj celková intenzita poľa $\mathbf{E}$ sa rovná nule, lebo ináč — podľa Ohmovho zákona $\mathbf{i} = \varkappa\mathbf{E}$ — prúd v závitoch cievky by bol nekonečne veľký. Z rovnice $\mathbf{E}_s + \mathbf{E}_i = 0$ integráciou pozdĺž vinutia cievky vyplýva

$$\int \mathbf{E}_s \,.\, \mathrm{d}\mathbf{s} + \int \mathbf{E}_i \,.\, \mathrm{d}\mathbf{s} = 0$$

alebo

$$u = \int \mathbf{E}_s \,.\, \mathrm{d}\mathbf{s} = -\int \mathbf{E}_i \,.\, \mathrm{d}\mathbf{s} = -e_i$$

Ak však indukčná cievka má nenulový ohmický odpor R_L, napätie u musí byť o súčin IR_L väčšie, takže vo všeobecnosti je

$$u_L = -e_i + IR_L = L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} + IR_L \tag{6}$$

Majme teraz na mysli okruh, ktorému je vnútené napätie e a v ktorom sú za sebou ohmický úsek s odporom R_0, kondenzátor s kapacitou C a indukčná cievka s indukčnosťou L a odporom R_L. Je potom splnená rovnica

$$e = IR_0 + u_C + u_L = IR_0 - e_c - e_L + IR_L = IR - e_C - e_L$$

alebo

$$I = \frac{e + e_C + e_L}{R} \tag{7}$$

pričom R je celkový ohmický odpor okruhu a e_L značí v indukčnej cievke elektromagnetickou indukciou vznikajúcu elektromotorickú silu, ktorú sme značili najprv e_i.

6.3. Energia sústavy lineárnych vodičov s ustálenými elektrickými prúdmi. Podobne ako sústava od seba izolovaných vodičov s nábojmi (pozri čl. 1.3), aj sústava v sebe uzavretých lineárnych vodičov (okruhov) s elektrickými prúdmi obsahuje určité množstvo energie, lebo pri zanikaní prúdov v jednotlivých okruhoch v dôsledku ich indukčnosti vznikajú v nich indukované elektromotorické sily, ktoré sa snažia prúdy v okruhoch udržať, takže tieto môžu byť použité na konanie napríklad aj mechanickej práce. Podľa zákona o zachovaní energie táto energia — budeme ju označovať U_m, lebo je spojená s jestvovaním magnetického poľa v okolí vodičov elektrického prúdu — rovná sa práci vykonanej vonkajšími zdrojmi ems pri vzniku prúdov v sústave okruhov, zmenšenej o prípadné súčasne vzniknuté množstvá iných foriem energie.

Majme na mysli n okruhov elektrického prúdu, z ktorých každý môže byť pripojený ku svorkám vždy jedného zdroja ems. V tomto článku pre lepší prehľad budeme koeficienty samoindukcie jednotlivých okruhov označovať písmenom L s dvoma rovnakými indexami a koeficienty vzájomnej indukcie medzi dvoma okruhmi tiež písmenom L, ale s dvoma rôznymi indexami. Keď pôsobením vonkajších zdrojov ems vznikajú v okruhoch elektrické prúdy, vznikajú v nich aj indukované elektromotorické sily. Podľa druhého zákona Kirchhoffovho algebraický súčet vonkajšej a indukovanej ems. pôsobiacej vo zvolenom okruhu rovná sa súčinu celkového odporu okruhu a prúdu v ňom

$$E_k - \frac{\mathrm{d}\Phi_k}{\mathrm{d}t} = I_k R_k$$

kde Φ_k je celkový magnetický indukčný tok idúci cez plochu okruhu, ktorý je budený prúdom v tomto okruhu, ako aj prúdmi vo všetkých ostatných okruhoch. Práca vonkajšej ems E_k za čas $\mathrm{d}t$ je preto

$$E_k I_k \,\mathrm{d}t = R_k I_k^2 \,\mathrm{d}t + I_k \,\mathrm{d}\Phi_k$$

Prvý člen tohto súčtu predstavuje energiu, ktorá sa v okruhu mení nevratne v teplo (pozri čl. 2.3), takže len druhý člen,

$$\mathrm{d}A_k = I_k \,\mathrm{d}\Phi_k$$

znamená prácu spojenú so zväčšením magnetického indukčného toku Φ_k v k-tom okruhu. Celková práca vonkajších ems spojená s vytvorením magnetických indukčných tokov cez plochy ohraničené všetkými n okruhmi je preto

$$A = \sum_k A_k = \sum_k \int_0^{\Phi_k} I_k \,\mathrm{d}\Phi_k \tag{1}$$

Za účelom ďalšej úpravy všeobecne platného vzorca (1) vyslovíme tieto predpoklady: 1. okruhy nemôžu meniť svoj geometrický tvar, ani sa nemôžu pohybovať; 2. okrem reverzibilnej magnetizácie hmotného prostredia v okolí okruhov nemôžu prebiehať nijaké iné deje; 3. v okolí okruhov nie sú magneticky tvrdé feromagnetické látky a prúdy v okruhoch nadobúdajú len také veľké hodnoty, že magnetické permeability telies v okolí okruhov možno považovať za konštantné. Za týchto predpokladov práca A sa rovná súčasne vznikajúcej energii U_m sústavy okruhov s prúdmi, ktorá je teda

$$U_m = A = \sum_k \int_0^{\Phi_k} I_k \,\mathrm{d}\Phi_k \tag{2}$$

a pre magnetický indukčný tok Φ_k platí zákon superpozície,

$$\Phi_k = \sum_{i=1}^{n} \Phi_{ik} = \sum_{i=1}^{n} L_{ik} I_i \tag{3}$$

takže $d\Phi_k = \sum_{i=1}^{n} L_{ik} \, dI_i$, pričom koeficienty vlastnej a vzájomnej indukcie sú konštanty.

Pretože energia sústavy okruhov s prúdmi nemôže byť závislá od poradia vytvárania prúdov v jednotlivých okruhoch, pri jej počítaní môžeme predpokladať, že prúdy v jednotlivých okruhoch sa zväčšujú súčasne a tak, že sú vždy úmerné svojim konečným hodnotám. To znamená, že vo vzorcoch (2) a (3) namiesto I_k a I_i môžeme písať tI_k, resp. tI_i, kde t sa mení v hraniciach od 0 do 1 a I_k a I_i sú už konečné hodnoty týchto prúdov. Takto pre energiu U_m dostávame vyjadrenie

$$U_m = \sum_{k=1}^{n} \int_0^1 tI_k \sum_{i=1}^{n} L_{ik} I_i \, dt = \sum_k \sum_i \frac{1}{2} L_{ik} I_i I_k = \sum_k \frac{1}{2} I_k \Phi_k \tag{4}$$

Podľa tohto vzorca, keď v priestore je napríklad len jeden v sebe uzavretý vodič prúdu s prúdom I, ktorého koeficient samoindukcie je L, za predpokladov vyslovených pri odvodzovaní vzorca (4) energia tohto prúdu je

$$U_m = \frac{1}{2} LI^2 \tag{5}$$

S použitím vzorca (4) dokážeme ešte, že koeficienty vzájomnej indukcie L_{ij} a L_{ji}, definované vzorcami $\Phi_{ij} = L_{ij} I_i$ a $\Phi_{ji} = L_{ji} I_j$, sú rovnako veľké, keď sú splnené podmienky potrebné pre platnosť tohto vzorca. Podľa tohto vzorca energia spoločného magnetického poľa dvoch okruhov s prúdmi I_1 a I_2 je

$$U_m = \frac{1}{2} (L_{11} I_1^2 + L_{12} I_1 I_2 + L_{21} I_2 I_1 + L_{22} I_2^2) \tag{a}$$

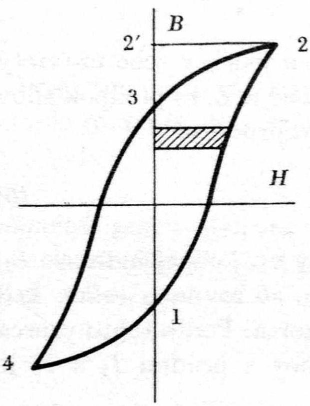
Vzorec (4) sme odvodili pomocou predstavy, že prúdy v jednotlivých okruhoch sústavy vznikali súčasne. Ale pretože na tom nezáleží, energia poľa sa rovná tiež práci (po odpočítaní práce meniacej sa vo vodičoch na Joulovo teplo), ktorú vonkajšie zdroje ems vykonajú, keď najprv vytvoria prúd len v prvom vodiči a až potom v druhom vodiči. Podľa vzorca (1) táto práca je (pri tomto výpočte meniace sa prúdy budeme zapisovať malými písmenami a len ich konečné hodnoty príslušnými veľkými písmenami):

$$A = \int_0^{I_1} i_1 \, d\Phi_{11} + \int_0^{I_2} i_2 \, d\Phi_{22} + \int_{i_2=0}^{i_2=I_2} I_1 \, d\Phi_{21} = \int_0^{I_1} i_1 L_{11} \, di_1 + \int_0^{I_2} i_2 L_{22} \, di_2 +$$

$$+ \int_0^{I_2} I_1 L_{21} \, di_2 = \frac{1}{2} (L_{11} I_1^2 + 2L_{21} I_1 I_2 + L_{22} I_2^2) \tag{b}$$

Z porovnania výsledkov (a) a (b) vyplýva, že $L_{12} + L_{21} = 2L_{21}$, alebo $L_{12} = L_{21}$, čo sme práve chceli dokázať. V dôsledku tejto rovnosti koeficient vzájomnej indukcie medzi dvoma okruhmi je vlastne len jeden; označuje sa dosť často písmenom M. Možno o ňom dokázať, že splňuje vzťah $M^2 \lesseqgtr L_1L_2$, v ktorom L_1 a L_2 sú vlastné indukčnosti obidvoch okruhov. Podiel $k = \dfrac{M}{\sqrt{L_1L_2}} \lesseqgtr 1$ nazýva sa *koeficientom* ich vzájomnej *väzby* alebo *spriahnutia.*

Príklad 1. Vypočítame energetické hysterézne straty pri premagnetúvaní feromagnetického materiálu. Za tým účelom majme na mysli toroid zhotovený z takéhoto materiálu, nesúci vinutie tvorené N závitmi izolovaného drôtu. Ak je vinutie pripojené na svorky zdroja prúdu, práca zdroja, potrebná na vytvorenie magnetického poľa v jadre vinutia, podľa vzorca odvodeného hneď na počiatku tohoto článku, je



Obr. 6.8.

$$dA = I\,d\Phi = I\,d(SNB)$$

ak S je plošný obsah prierezu toroidálneho jadra. Ak R je polomer jeho hlavnej kružnice, je $I = \dfrac{2\pi RH}{N}$, teda

$$dA = 2\pi RS \,.\, H\,dB = V \,.\, H\,dB$$

Práca dA, prepočítaná na objemovú jednotku magnetovaného materiálu, je teda

$$dA = H\,dB$$

Grafickým obrazom súčinu $H\,dB$ na *obr. 6.8* je šrafovaním vyznačený prúžok. Práca zodpovedajúca prechodu z bodu *1* do bodu *2* je teda daná plochou *1—2—2′* a práca zodpovedajúca prechodu z bodu *1* do bodu *3* cez bod *2* plochou určenou bodmi *1, 2* a *3,* lebo prechodu *2—3* zodpovedajúca práca vonkajšieho zdroja prúdu je záporná, keďže tu $H > 0$, avšak $dB < 0$. Podľa tohoto výsledku celej hysteréznej slučke zodpovedajúca práca, prepočítaná na objemovú jednotku magnetovaného materiálu, je daná plochou hysteréznej slučky.

6.4. Hustota energie v magnetickom poli. Vzorec (6.3.4) vyjadruje energiu sústavy okruhov s prúdmi pomocou týchto prúdov. Keďže táto energia je podmienená existenciou magnetického poľa v okolí vodičov, súdime, že sídlom energie sústavy vodičov s prúdmi nie sú vodiče prúdu, ale ich spoločné