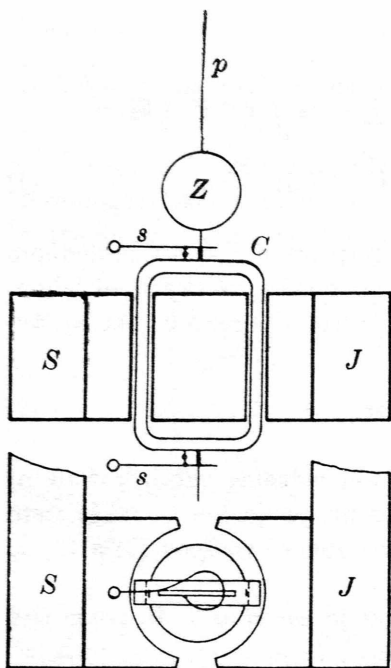


6.5. Galvanometer s pohyblivou cievkou. Ako už vieme, prístroje používané na meranie elektrických napätí sa nazývajú voltmetre, prístroje na meranie intenzít elektrických prúdov — ampérmetre. Citlivé prístroje upravené tak, že možno pomocou nich merať veľmi malé napätia alebo elektrické prúdy, nazývajú sa *galvanometre*. Všetky tieto prístroje, keď majú umožňovať čo najpresnejšie merania, zhotovujú sa na princípe pohyblivej cievky. Pre fyzikálnu laboratórnu prax najdôležitejší z nich je galvanometer s pohyblivou cievkou, nazývaný, keď jeho cievka nesie malé rovinné alebo duté zrkadielko, umožňujúce optické odčítanie, aj *galvanometrom zrkadlovým*.



Obr. 6.9.

Hlavnou súčiastkou zrkadlového galvanometra (obr. 6.9) je ľahká cievka C s väčším počtom závitov, ktorá visí na pružnom a veľmi jemnom, obyčajne kovovom pásiku p vo vzduchovej medzere medzi valcovite vykrojenými pólými nástavcami a železnou vložkou silného permanentného magnetu. Cievka zrkadlového galvanometra nesie malé kruhové zrkadielko Z a prúd sa do jej vinutia privádza pomocou veľmi jemných a ohybných strieborných drôtikov s , takých jemných, že na pohyb cievky galvanometra nemajú prakticky nijaký vplyv. Zrkadlovým galvanometrom sa zaoberáme až na tomto mieste, lebo na jeho funkciu

majú vplyv aj prúdy vznikajúce magnetickou indukciou v jeho cievke pri jej pohybe v magnetickom poli permanentného magnetu galvanometra.

Keď je cievka galvanometra, ktorá spolu so zrkadielkom má vzhľadom na os idúcu závesom moment zotrvačnosti J , zo svojej nulovej polohy vytočená o uhol φ , otáča sa uhlovou rýchlosťou $\frac{d\varphi}{dt}$ a jej vinutím tečie prúd I^* , účinkuje na ňu pružný záves dvojicou síl s momentom veľkosti $-D_0\varphi$, trenie vo vzduchovej medzere dvojicou síl s momentom veľkosti $-C \frac{d\varphi}{dt}$ a magnetické pole dvojicou s momentom veľkosti GI^* . V týchto súčinoch konštanta D_0 je direkčný moment závesu, C koeficient vzdušného útlmu a G tzv. dynamická konštanta galvanometra. Pre cievku s n závitmi obdĺžnikového tvaru, so zvislou stranou dĺžky a a so stranou vodorovnou dĺžky b , je zrejme $G = nabB$, keď B je magnetická indukcia vo vzduchovej medzere magnetu.

Podľa zákona o otáčaní tuhého telesa okolo pevnej osi pre pohyb cievky zrkadlového galvanometra platí teda diferenciálna rovnica

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -D_0\varphi - C \frac{d\varphi}{dt} + GI^* \quad (1)$$

Prúd I^* je vo všeobecnosti súčtom prúdu I , ktorý by bol v nepohybujúcej sa cievke pôsobením vonkajšej ems, a prúdu I' , ktorého príčinou je ems e_i , indukovaná pohybom cievky v magnetickom poli, $I^* = I + I'$. Pritom je

$$e_i = -2naBv = -nabB \frac{d\varphi}{dt} = -G \frac{d\varphi}{dt}$$

Preto keď odpor okruhu tvoreného cievkou a vonkajším vedením je R , je

$$I' = \frac{e_i}{R} = -\frac{G}{R} \frac{d\varphi}{dt}$$

takže

$$GI^* = G(I + I') = GI - \frac{G^2}{R} \frac{d\varphi}{dt}$$

Podľa tohto výsledku pohybovú rovnicu zrkadlového galvanometra môžeme písať aj takto:

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \left(C + \frac{G^2}{R}\right) \frac{d\varphi}{dt} + D_0\varphi = GI \quad (2)$$

Cievka galvanometra sa pri konštantnej vonkajšej ems ustáli v polohe danej rovnicou $D_0\varphi_r = GI$, $\varphi_r = \frac{G}{D_0} I$. Zavedme substitúciu $\psi = \varphi - \varphi_r = \varphi - \frac{G}{D_0} I$, t. j. počítajme uhlové výchylky od rovnovážnej polohy cievky, ktorá je totožná s nulovou, len keď sa vonkajšia ems rovná nule. Pretože $\frac{d\varphi^2}{dt^2} = \frac{d^2\psi}{dt^2}$, $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\psi}{dt}$ a $D_0\varphi = D_0\psi + GI$, je správna aj diferenciálna rovnica

$$J \frac{d^2\psi}{dt^2} + \left(C + \frac{G^2}{R}\right) \frac{d\psi}{dt} + D_0\psi = 0$$

alebo, keď položíme

$$\frac{1}{J} \left(C + \frac{G^2}{R}\right) = 2\beta, \quad \frac{D_0}{J} = \omega_0^2$$

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + 2\beta \frac{d\psi}{dt} + \omega_0^2\psi = 0 \quad (3)$$

Táto rovnica je svojím tvarom totožná s diferenciálnou rovnicou tlmeného harmonického pohybu hmotného bodu, ktorým sme sa zaoberali už v čl. 2.19

prvého dielu tejto učebnice. Podobným postupom ako v tomto článku pre rovnicu (3) ľahko by sme našli všeobecné riešenia:

1. pre $\beta < \omega_0$ (malé tlmenie)

$$\psi = e^{-\beta t}(b \cos \omega t + a \sin \omega t)$$

pričom $\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$ a a a b sú začiatočnými podmienkami dané integračné konštanty;

2. pre $\beta = \omega_0$ (hraničné tlmenie)

$$\psi = ae^{-t\beta}(1 + bt)$$

3. pre $\beta > \omega_0$ (veľké tlmenie)

$$\psi = e^{-\beta t}(ae^{\gamma t} + be^{-\gamma t})$$

pričom $\gamma = \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$.

Podľa týchto rovníc je len pri malom tlmení pohyb cievky galvanometra periodický a odohráva sa okolo každej rovnovážnej polohy rovnako ako okolo polohy nulovej. Okrem toho vo všetkých troch prípadoch je $\varphi = \psi + \frac{G_0}{D} I$, pričom, keď niet vonkajšej ems, je $\varphi = \psi$.

Základné veličiny charakterizujúce zrkadlový galvanometer, ktoré vystupujú v rovnici (2), sú: *odpor cievky galvanometra* R_g , *moment zotrvačnosti jeho cievky* J , *direkčný moment závesu* D_0 , *koefficient vzdušného tlmenia* C a *dynamická konštanta galvanometra* G . Priamo možno zmerať len R_g . Ostatné z týchto veličín možno určiť len nepriamo, výpočtom pomocou iných, priamo merateľných veličín. Napríklad celkový koefficient tlmenia zrkadlového galvanometra možno určiť pomocou logaritmického dekrementu δ a periódy kývania T podľa vzorca $\beta = \frac{\ln \lambda}{T} = \frac{\delta}{T}$. Prakticky dôležité konštanty zrkadlového galvanometra sú však: *uhlová citlivosť na prúd* c_i , *uhlová citlivosť na napätie* c_u a *citlivosť balistická* c_b .

Uhlová citlivosť galvanometra na prúd je definovaná vzorcom

$$c_i = \frac{\varphi}{I} \quad (4)$$

v ktorom φ je uhlová výchylka cievky galvanometra po ustálení, vyvolaná nemeniacim sa prúdom I .

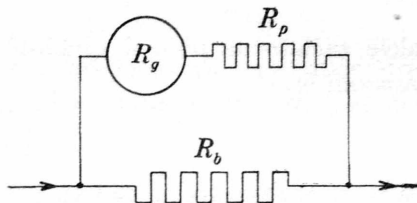
Uhlová citlivosť galvanometra na napätie u je definovaná podobným vzorcom

$$c_u = \frac{\varphi}{u} \quad (5)$$

Spojením posledných dvoch vzorcov vychádza:

$$c_i = \frac{\varphi}{I} = \frac{\varphi}{u} R_g = c_u R_g \quad (6)$$

V praxi sa citlivosť zrkadlového galvanometra na prúd (na napätie) vyjadruje prúdom (napätím), ktorý (ktoré) zapríčiňuje posun svetelnej značky na stupnici, nachádzajúcej sa pred galvanometrom vo vzdialenosti 1 m, o 1 mm. Pri dobrých galvanometroch také posunutie svetelnej značky zapríčiňujú prúdy 10^{-8} až 10^{-9} A. Zhotovujú sa však aj oveľa citlivejšie zrkadlové galvanometre. Keď odpor cievky galvanometra je napr. 100 ohmov, napätie na svorkách galvanometra, ktoré vyvoláva posun svetelnej značky o 1 mm na stupnici 1 m vzdialenej, býva $u = IR_g = 10^{-6}$ až 10^{-7} voltov.



Obr. 6.10.

Pri meraní prúdu aj napätia upravuje sa zrkadlový galvanometer tak, aby jeho chod bol práve aperiodický. Na to je potrebné, aby bolo $\beta = \omega_0$, t. j. $\frac{1}{2} \left(C + \frac{G^2}{R} \right) = \sqrt{D_0/J_0}$, pričom R je odpor okruhu cievky galvanometra, ktorým môže prechádzať prúd indukovaný jej pohybom. Docieluje sa to použitím zapojenia podľa obr. 6.10, v ktorom súčet odporov $R = R_g + R_p + R_b$ má vyššie uvedenou podmienkou stanovenú hodnotu, pravda, za predpokladu, že odpor vonkajších zdrojov prúdu je veľký vzhľadom na odpor R_b . V zapojení podľa obr. 6.10, keď galvanometrom prechádza prúd I_g a bočným prúd I_b , celkový prúd je $I = I_g + I_b$ a citlivosť galvanometra je znížená v pomere

$$\alpha = I_g : I = \frac{1}{R_g + R_p} : \left(\frac{1}{R_g + R_p} + \frac{1}{R_b} \right) = \frac{1}{R_g + R_p} : \frac{R_g + R_p + R_b}{(R_g + R_p) R_b} = \frac{R_b}{R_g + R_p + R_b}$$

Ostáva nám pohovoriť ešte o balistickej citlivosti galvanometra.

Predstavme si, že cez vinutie cievky galvanometra, ktorá sa nachádzala v svojej nulovej polohe, prešlo elektrické množstvo Q v čase veľmi krátkom vzhľadom na dobu kývania netlmeného alebo málo tlmeného galvanometra. Môžeme predpokladať, že počas celého trvania prúdu, keďže za tento čas mohla sa cievka od svojej rovnovážnej polohy len veľmi málo odkloniť, účinkovali na cievku len sily vyvolané prúdom v jej závitoch a nie aj sily jej

pružného upevnenia a brzdiace sily tlmenia. Za tohto predpokladu pre krátky časový interval trvania prúdového nárazu v závitoch cievky môžeme pre jej pohyb písať rovnicu

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = GI$$

z ktorej úpravou a integráciou vychádza:

$$J \frac{d\varphi}{dt} = G \int_0^t I dt = GQ$$

takže začiatočná uhlová rýchlosť cievky galvanometra vyvolaná prúdovým nárazom je:

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_0 = \frac{G}{J} Q \quad (7)$$

Ďalší priebeh pohybu cievky galvanometra, za predpokladu, že tlmenie je dosť malé, je určený výrazom

$$\varphi = e^{-\beta t}(b \cos \omega t + a \sin \omega t)$$

Jeho deriváciou podľa času dostávame:

$$\frac{d\varphi}{dt} = e^{-\beta t}[(a\omega - b\beta) \cos \omega t - (b\omega + a\beta) \sin \omega t]$$

Pretože pre $t = 0$ je v našom prípade $\varphi = 0$ a $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{G}{J} Q$, je $b = 0$ a $a = \frac{G}{\omega J} Q$, takže v každom neskoršom čase je:

$$\varphi = \frac{GQ}{\omega J} e^{-\beta t} \sin \omega t$$

a

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{GQ}{\omega J} e^{-\beta t}(\omega \cos \omega t - \beta \sin \omega t)$$

Prvú extrémnu výchylku dosiahne galvanometer v čase t_m , určenom rovnicou $\frac{d\varphi}{dt} = 0$, t. j. rovnicou $\operatorname{tg} \omega t_m = \frac{\omega}{\beta}$, podľa ktorej je $t_m = \frac{1}{\omega} \operatorname{arctg} \frac{\omega}{\beta}$. Prvá extrémna uhlová výchylka galvanometra vyvolaná prúdovým nárazom je teda:

$$\varphi_m = \frac{GQ}{\omega J} e^{-\frac{\beta}{\omega} \operatorname{arctg} \frac{\omega}{\beta}} \cdot \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} = \frac{GQ}{\omega_0 J} e^{-\frac{\delta}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{2\pi}{\delta}} = c_b Q \quad (8)$$

kde ω_0 , podľa vzorca $\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$, je kruhová frekvencia kývania netlmeného galvanometra.

Podľa tohto výsledku prvá extrémna uhlová výchylka cievky málo tlmeného galvanometra s pohyblivou cievkou, spôsobená prúdovým nárazom v nulovej polohe cievky, je úmerná prešlému elektrickému množstvu Q . Konštantu úmernosti

$$c_b = \frac{\varphi_m}{Q} = \frac{G}{\omega_0 J} e^{-\frac{\delta}{2\pi} \arctg \frac{2\pi}{\delta}} \quad (9)$$

sa nazýva *uhlová balistická citlivosť* galvanometra. Keby nebolo tlmenia, bolo by

$$c_b^0 = \frac{G}{\omega_0 J} \quad (10)$$

Veličina c_b^0 sa nazýva *ideálnou uhlovou balistickou citlivosťou* galvanometra.

Priamo nemerateľné veličiny G a J , vystupujúce v poslednom vzorci, možno eliminovať pomocou vzťahov:

$$\frac{D_0}{J} = \omega_0^2 = \omega^2 + \beta^2$$

$$GI = D_0 \varphi$$

ktoré vynásobením dávajú:

$$\frac{D_0 GI}{J} = (\omega^2 + \beta^2) D_0 \varphi$$

t. j.

$$\frac{G}{J} = (\omega^2 + \beta^2) \frac{\varphi}{I} = c_i (\omega^2 + \beta^2) \quad (11)$$

kde c_i je uhlová citlivosť galvanometra na prúd. Podľa tohto výsledku ideálna uhlová balistická citlivosť galvanometra je teda tiež

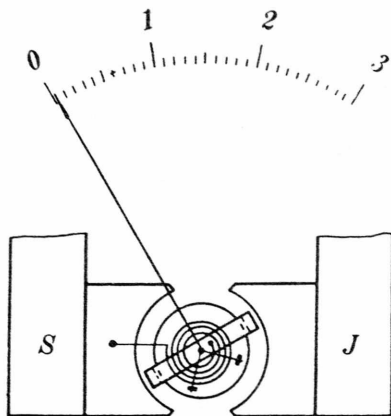
$$c_b^0 = \frac{G}{\omega_0 J} = c_i \frac{\omega^2 + \beta^2}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} = c_i \sqrt{\omega^2 + \beta^2} \quad (12)$$

Ampérmetre a voltmetre s pohyblivou cievkou, určené na meranie jednosmerných prúdov a napätí, líšia sa od galvanometra s pohyblivou cievkou v podstate len tým, že ich cievka nie je zavesená, ale uložená na ocelovej osi a je pružne viazaná na svoju nulovú polohu pomocou špirálovite stočenej pružiny (obr. 6.11).

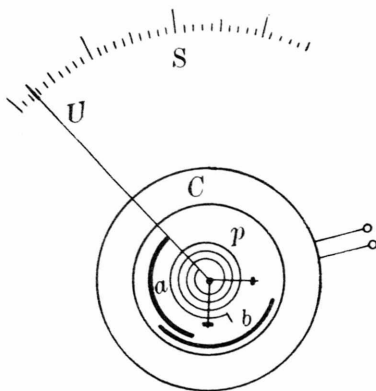
Na hrubé meranie jednosmerných aj striedavých prúdov a napätí sa používajú *technické ampérmetre a voltmetre elektromagnetické*, ktoré vo vnútri nehybnej cievky C (obr. 6.12) majú dva valcové segmenty a a b z mäkkého železa. Jeden z nich je pevný, druhý je spojený s ukazovateľom U , ktorý sa pohybuje nad skusmo zhotovenou stupnicou S a je viazaný na svoju rovnovážnu polohu pomocou pružiny p . Keď vinutím cievky prechádza prúd, ním zmagnetované

železné segmenty sa odpudzujú, a to tým viac, čím je prúd silnejší. Takéto prístroje mávajú samostatné stupnice na meranie jednosmerných (značka =) a striedavých (značka ~) prúdov a napätí.

Presné prístroje na meranie striedavých prúdov a napätí aj vysokých frekvencií obsahujú buď usmerňovací prvok, buď termočlánok, ktorého jeden spoj je ohrievaný meraným prúdom.



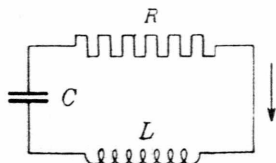
Obr. 6.11.



Obr. 6.12.

6.6. Tlmené elektrické kmity. Majme na mysli okruh zložený z kondenzátora kapacity C , ohmického odporu R a indukčnej cievky so samoindukčnosťou L (obr. 6.13). Predpokladajme, že v čase $t = 0$ ems nejakým spôsobom nabitého kondenzátora bola e_0 a prúd v okruhu v tom istom okamžiku bol I_0 .

Keď od tohto okamžiku na okruh už neúčinkujú nijaké vonkajšie vplyvy, podľa 2. zákona Kirchhoffovho v ľubovoľnom neskoršom čase prúd I v okruhu splňuje rovnicu



Obr. 6.13.

$$IR = e_C + e_L = \frac{Q}{C} - L \frac{dI}{dt}$$

kde e_C je ems kondenzátora, ktorého jedna doska nesie náboj Q , a e_L je ems vznikajúca samoindukciou v indukčnej cievke. Derivovaním tejto rovnice podľa času (aby sme z nej odstránili náboj Q) a vykonaním ďalšej malej úpravy vyplýva z nej rovnica

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{CL} I = 0 \quad (1)$$

alebo, keď položíme $\frac{R}{L} = 2b$ a $\frac{1}{\sqrt{CL}} = \omega_0$, rovnica