

7. ELEKTROMAGNETICKÉ VLNIENIE

7.1. Maxwellove rovnice elektromagnetického poľa. V čl. 1.3 sme nazvali priestor v okolí elektrických nábojov, v ktorom sa tieto náboje nepohybujú, *elektrostatickým* poľom a charakterizovali sme toto pole vektorom intenzity poľa $\mathbf{E}$ a vektorom indukcie $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$. Podobne v čl. 4.1 nazvali sme priestor v okolí nepohybujúcich sa permanentných magnetov alebo vodičov, v ktorých sa prúdy s časom nemenia, *magnetostatickým* poľom. Magnetostatické pole charakterizovali sme vektorom indukcie poľa $\mathbf{B}$ a vektorom intenzity $\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B}$.

O vektoroch (vektorových funkciách polohy bodu v priestore) $\mathbf{D}$ a $\mathbf{B}$ sme dokázali, že v poliach od času nezávislých, teda vektor $\mathbf{D}$ v poli elektrostatickom a vektor $\mathbf{B}$ v poli magnetostatickom, spĺňajú diferenciálne rovnice

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (2)$$

Vektory $\mathbf{E}$ a $\mathbf{H}$ spĺňajú v týchto poliach rovnice:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0 \quad (3)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{i} \quad (4)$$

Rovnicu (4) sme dostali už v čl. 4.6. Rovnica (3) je bezprostredným dôsledkom toho, že v elektrostatickom poli je $\mathbf{E} = -\operatorname{grad} V$, takže $\operatorname{rot} \mathbf{E} = \nabla \times (-\nabla V) = -(\nabla \times \nabla) V = 0$.

V čl. 6.1 sme sa presvedčili, že elektrické pole jestvuje nielen v okolí elektrických nábojov, ale elektromagnetickou indukciou vzniká všade, kde sa magnetické pole s časom mení. Takto vznikajúca tzv. indukovaná ems je určená

Faradayovým indukčným zákonom; $ems_t = -\frac{d\Phi}{dt}$. Z tohto zákona, keď v ňom

vystupujúce veličiny vyjadríme pomocou ich definícií, $ems_t = \oint \mathbf{E}_t \cdot d\mathbf{s}$, kde $\mathbf{E}_t$ je intenzita elektrického poľa vznikajúceho elektromagnetickou indukciou, a $\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$, dostávame rovnicu

$$\oint \mathbf{E}_t \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -\int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

alebo, keď použijeme aj Stokesovu vetu vektorového počtu, rovnicu

$$\int \operatorname{rot} \mathbf{E}_t \cdot d\mathbf{S} = -\int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

ktorá je rovnocenná s rovnicou

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}_t = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{a})$$

Elektrické pole (priestor, v ktorom na bodový náboj účinkuje sila, aj keď sa tento nepohybuje) možno vo všeobecnosti považovať za superpozíciu poľa „elektrostatického“ intenzity $\mathbf{E}_s$, určeného rozložením elektrických nábojov v priestore, a poľa indukovaného, intenzity $\mathbf{E}_i$, takže intenzita výsledného poľa je $\mathbf{E} = \mathbf{E}_s + \mathbf{E}_i$. Pretože $\text{rot } \mathbf{E}_s = -\text{rot grad } V = -(\nabla \times \nabla) V = 0$, je $\text{rot } \mathbf{E} = \text{rot } \mathbf{E}_i$; vektor intenzity každého elektrického poľa splňuje teda rovnicu

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (5)$$

Rovnica (5) je v našom poradí 3. rovnica *Maxwellova*.

Magnetické pole v okolí v sebe uzavretých vodičov s časom sa nemeniacich elektrických prúdov splňuje rovnicu $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{i}$. Z jej odvodenia vyplýva, že rovnica $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{i}$ je správna aj v magnetickom poli s časom sa meniacich prúdov, pokiaľ pri nich je všade $\text{div } \mathbf{i} = 0$, čiže keď tieto prúdy sú aspoň kvázistacionárne.

Vo všeobecnosti sa však elektrické náboje pohybujú v priestore tak, že divergencia hustoty týmto pohybom realizovaného prúdu sa nerovná nule. Vždy je však splnená rovnica kontinuity elektrického prúdu (2.1.3),

$$\text{div } \mathbf{i} + \frac{\partial \varrho}{\partial t} = 0 \quad (b)$$

v ktorej ϱ je objemová hustota voľného elektrického náboja. Túto rovnicu, keďže $\text{div } \mathbf{D} = \varrho$, môžeme písať aj v tvare

$$\text{div } \mathbf{i} + \frac{\partial \text{div } \mathbf{D}}{\partial t} = 0$$

alebo

$$\text{div} \left(\mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) = 0 \quad (6)$$

Podľa tohto výsledku vektor (vektorová funkcia polohy bodu v priestore) $\mathbf{i}_p = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ dopĺňa vektor prúdovej hustoty $\mathbf{i}$ na vektor $\mathbf{u} = \mathbf{i} + \mathbf{i}_p$, ktorého divergencia sa vždy rovná nule. Maxwell vyslovil predpoklad, že magnetické pole v priestore, v ktorom je ľubovoľné prúdenie elektriny, vyznačuje sa intenzitou, ktorá splňuje rovnicu $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{u}$, teda rovnicu

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (7)$$

Rovnica (7) je v našom poradí 4. rovnica *Maxwellova*. Vektor $\mathbf{i}_p = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ sa z dôvodov historických nazýva *Maxwellovým posuvným prúdom*.

Maxwell vyslovil aj predpoklad, že aj v poliach s časom sa meniacich vektory $\mathbf{D}$ a $\mathbf{B}$ spĺňajú rovnice (1) a (2), ktoré sme nazvali 1. a 2. rovnicou *Maxwellovou*. Štyri Maxwellove rovnice, ktoré v tvare diferenciálnom vyjadrujú vlastnosti a vzťahy medzi štyrmi elektrické a magnetické pole charakterizujúcimi vektormi $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{E}$ a $\mathbf{H}$, sú teda:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{D} &= \varrho \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Doplňujú ich rovnice:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (9)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (9)$$

$$\mathbf{i} = \kappa \mathbf{E} \quad (10)$$

ktoré umožňujú zmenšiť počet vektorových funkcií vystupujúcich v Maxwellových rovniciach na dve.

Pretože v nijakom magnetickom poli vektor $\mathbf{B}$ a podobne v nijakom elektrickom poli vektor $\mathbf{D}$ sa nemôžu trvale rovnomerne meniť, znamená to, že v poliach s časom sa meniacich aj derivácie týchto vektorov sú premenlivé. S ohľadom na to z 3. a 4. Maxwellovej rovnice vyplýva, že s časom sa meniace magnetické pole je súčasne aj s časom sa meniacim elektrickým polom a naopak. Takéto polia sú teda vlastne len jedno pole a nazýva sa *elektromagnetickým* polom. Jeho vlastnosti vyjadrujú práve sformulované štyri rovnice Maxwellove.

7.2. Rovinná elektromagnetická vlna. Parciálne diferenciálne rovnice Maxwellove (7.1.8) vyjadrujú fyzikálne poznatky, ktoré v tvare integrálnom boli zväčša už skôr známe. Novinkou, pravda, neobyčajne významnou, je v nich len zavedenie posuvného prúdu. Maxwellova zásluha o rozvoj teórie elektrických a magnetických polí spočíva však aj v tom, že rôznorodé poznatky o elektrických a magnetických javoch, získané pokusne pri štúdiu polí statických, alebo len pomerne pomaly sa meniacich, zovšeobecnil na polia ľubovoľne rýchle sa meniace a zhrnul do štyroch vektorových rovníc, čím celá teória nadobudla pozoruhodnú jednoduchosť, jednotnosť a prehľadnosť.