

9.4. Tepelné žiarenie, žiarenie absolútne čierneho telesa. Je mnoho príčin, pre ktoré sa telesá stávajú zdrojmi elektromagnetického vlnenia, ktoré vnímame ako svetlo, alebo vlnenia s vlnovými dĺžkami nie podstatne odlišnými. Niektoré sústavy látok vydávajú svetlo, keď v nich prebiehajú vhodné chemické reakcie (*chemiluminiscencia*), zriedené plyny svetielkujú, keď nimi prechádza elektrický prúd (*elektroluminiscencia*) a pod. Zo skúsenosti však vieme, že každé tuhé alebo kvapalné teleso vysiela do svojho okolia elektromagnetické vlnenie, ktoré — keď teplota telesa je dostatočne vysoká — vnímame aj okom ako svetlo. Keďže príčinou tohoto žiarenia, na rozdiel od luminiscenčných žiarení, je len nenulová absolútna teplota telies, nazýva sa *tepelným žiarením*. Dôležité je si uvedomiť, že pevnými alebo kvapalnými telesami vyššej teploty a len vplyvom tejto teploty vysielať svetlo je len časť ich tepelného žiarenia, na ktorú je citlivé aj ľudské oko. Na druhej strane o jestvovaní tepelného žiarenia, na ktoré ľudské oko nie je citlivé, svedčí známy pokus, pri ktorom medzi horúcu, avšak svetlo ešte nevydávajúcu stenu železnej pece a svoju ruku vkladáme nepriehľadný list tenkého papiera.

Tepelné žiarenie je zložené; môže sa rozložiť na žiarenia s rôznymi vlnovými dĺžkami, tvoriace spojité spektrum. *Intenzita tepelného vyžarovania* (energia prepočítaná na jednotkový priestorový uhol, opúšťajúca v kolmom smere plošnú jednotku povrchu žiariaceho telesa za jednotku času) a jej spektrálne zloženie, t. j. funkcia

$$E_{\lambda} = f(\lambda, T) = \frac{\partial E}{\partial \lambda}$$

v ktorej E značí energiu pripadajúcu len na interval vlnových dĺžok 0 až λ , sú závislé od teploty žiariaceho telesa a do istej miery aj od jeho kvality. Keď tepelné žiarenie dopadá na povrch nejakého telesa, vo všeobecnosti jeho jedna časť sa odráža, druhá časť sa prepúšťa a tretia časť sa absorbuje (pohlť a zvýši tým vnútornú energiu telesa). Pomer A žiarivej energie telesom absorbovanej k energii dopadajúcej je tzv. *celková absorpčná schopnosť* telesa pre žiarenie. Keď táto absorpčná schopnosť je v celom viditeľnom rozsahu veľká, teleso sa nám javí ako čierne.

Absolútne čiernym nazývame teleso vtedy, keď dopadajúce žiarenie dokonale pohlcuje, t. j. nič z neho neodráža a ani neprepúšťa. Je zaujímavé a experimentálne veľmi dôležité, že abs. čierny „povrch“ možno uskutočniť veľmi jednoducho. Je to proste malý otvor v povrchu telesa, za ktorým je väčšia dutina s čiernymi stenami. Žiarenie vstupujúce do takéhoto otvoru sa v stenách pri opakovaných odrazoch dokonale pohlť, takže z otvoru vystupuje len žiarenie vyžarované telesom prostredníctvom jeho dutiny. V tomto článku

budeme sa postupne zaoberať najdôležitejšími zákonmi tepelného žiarenia telies, najmä telesa absolútne čierneho. Tieto zákony sú dôležité aj pre atomistiku, lebo dali podnet na vybudovanie kvantovej teórie, bez ktorej dnes nijaká teória atomárnych javov nie je mysliteľná.

A. Zákon Kirchhoffov. Majme na mysli nepriehľadné tuhé teleso, ktorého teplota sa udržiava na konštantnej výške a v ktorom je zo všetkých strán ohraničená vzduchoprázdna alebo nejakým dokonale priehľadným prostredím vyplnená dutina. V dutine nech sa nachádza niekoľko telies z rozličných látok. Ich teploty po dosiahnutí tepelnej rovnováhy sa rovnajú teplote telesa dutinu obklopujúceho. Za tohto stavu v dutine je tzv. *rovnovážne tepelné žiarenie*. Keďže v dutine sú telesá z rozličných látok a žiarenie v dutine je s každým z nich v rovnováhe, značí to, že spektrálne zloženie rovnovážneho tepelného žiarenia je nezávislé od kvality v ňom sa nachádzajúcich telies, ani od kvality stien dutiny. Možno o ňom tiež predpokladať, že hustota h prúdenia žiarivej energie je v ňom vo všetkých smeroch rovnaká. Za tohto stavu plošný element dS povrchu ktoréhokoľvek telesa v dutine prítomného vyžiari v smeroch spadajúcich do toho istého elementárneho priestorového uhla $d\omega$, ktorého os zvisia s normálou k povrchu telesa uhol ϑ , za čas dt , žiarenie, s vlnovými dĺžkami z intervalu $d\lambda$, ktorého energia je [pozri aj vzorec (9.2.8)]

$$E_{\lambda} \cos \vartheta \cdot d\omega dS dt d\lambda$$

Na ten istý povrch súčasne dopadá monochromatické žiarenie

$$h_{\lambda} \cos \vartheta \cdot d\omega dS dt d\lambda$$

Podľa zákona o zachovaní energie rozdiel obidvoch týchto množstiev rovná sa žiareniu plošným elementom difúzne odrážanému. Z rovnosti

$$(h_{\lambda} - E_{\lambda}) \cos \vartheta \cdot d\omega dS dt d\lambda = (1 - A_{\lambda}) h_{\lambda} \cos \vartheta \cdot d\omega dS dt d\lambda$$

vyplýva *Kirchhoffov zákon tepelného žiarenia* povrchov telies v tvare

$$E_{\lambda} = h_{\lambda} A_{\lambda} \quad (1)$$

Slovami: *Monochromatická intenzita vyžarovania povrchov telies je úmerná ich absorpčnej schopnosti pre žiarenie tej istej vlnovej dĺžky.*

Podobným spôsobom možno odvodiť aj vzťah medzi intenzitou tepelného vyžarovania z objemovej jednotky nejakého prostredia ε_{λ} a jeho absorpčným koeficientom α_{λ} ,

$$\varepsilon_{\lambda} = h_{\lambda} \alpha_{\lambda} \quad (2)$$

Pretože absorpčná schopnosť povrchu absolútne čierneho telesa pre žiarenia

všetkých vlnových dĺžok sa rovná jednotke, pri absolútne čiernom telese je

$$E_{0\lambda} = f_0(\lambda, T) = h_\lambda \quad (3)$$

t. j. *spektrálna intenzita žiarenia povrchu abs. čierneho telesa* (v kolmom smere) *rovná sa hustote prúdenia žiarivej energie v priestore v okolí telies rovnakej teploty*. Pri povrchoch iných telies treba túto hustotu, t. j. funkciu $f_0(\lambda, T) = h_\lambda$, len znásobiť príslušným monochromatickým absorpčným koeficientom, ktorý možno ľahko určiť experimentálne.

Monochromatická (a prirodzene aj celková) hustota prúdenia žiarivej energie jednoducho súvisí s jej objemovou hustotou u_λ . Z tejto energie v priestore žiarením izotropne vyplnenom v smeroch spadajúcich do toho istého jednotkového priestorového uhla prúdi časť $u_\lambda/4\pi$. Je preto $h_\lambda = cu_\lambda/4\pi$, alebo

$$u_\lambda = \frac{4\pi h_\lambda}{c} \quad (4)$$

keď c je rýchlosť svetla v príslušnom priehľadnom prostredí. Spojením vzorcov (3) a (4) dostávame:

$$E_{0\lambda} = f_0(\lambda, T) = h_\lambda = \frac{cu_\lambda}{4\pi} \quad (5)$$

B. Planckov zákon žiarenia. Podľa vzorca (5) základný zákon žiarenia absolútne čierneho telesa, funkciu $E_{0\lambda} = h_\lambda = f_0(\lambda, T)$, možno nájsť odvodením vzorca pre objemovú hustotu u_λ žiarivej energie v dutine telesa, ktoré sa udržiava na konštantnej teplote. Túto úlohu s úspechom rozriešil M. Planck r. 1900, avšak až keď vyslovil odvážny predpoklad, že výmena energie medzi telesom a žiarením sa nedeje spojite, ale po istých najmenších množstvách, tzv. kvantách energie ε , ktoré sú úmerné frekvencii ν žiarenia,

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Univerzálna konštanta $h = 6,624 \cdot 10^{-34}$ joule . s, ktorú možno určiť pomocou každého vzorca, obsahujúceho okrem nej len známe alebo merateľné veličiny, je tzv. *Planckova kvantová konštanta*, nazývaná niekedy aj *účinkovým kvantom*.

Pri odvodzovaní zákona žiarenia absolútne čierneho telesa postupoval Planck približne takto: Keďže elektromagnetické vlnenie v dutine tuhého telesa za ustáleného stavu je funkciou len teploty telesa, Planck si túto dutinu

predstavil v tvare kocky s hranami dĺžky a a so stenami žiarenie prakticky dokonale odrážajúcimi, t. j. elektricky veľmi dobre vodivými. Neprestajnými odrazmi vlnenia na stenách takej dutiny vzniká v nej stojaté vlnenie, pričom — keďže podľa predpokladu steny dutiny sú elektricky veľmi dobre vodivé — tangenciálna zložka elektrického vektora $\mathbf{E}$ sa vo všetkých bodoch stien dutiny rovná nule. Keď hrany kocky stotožníme so smermi osí pravouhlého súradnicového systému, tejto podmienke vyhovuje zrejme stojaté, elipticky polarizované elektromagnetické vlnenie, dané vzorcami:

$$\begin{aligned} E_x &= A_{l,m,n} \sin 2\pi vt \cdot \cos \frac{l\pi x}{a} \cdot \sin \frac{m\pi y}{a} \cdot \sin \frac{n\pi z}{a} \\ E_y &= B_{l,m,n} \sin 2\pi vt \cdot \sin \frac{l\pi x}{a} \cdot \cos \frac{m\pi y}{a} \cdot \sin \frac{n\pi z}{a} \\ E_z &= C_{l,m,n} \sin 2\pi vt \cdot \sin \frac{l\pi x}{a} \cdot \sin \frac{m\pi y}{a} \cdot \cos \frac{n\pi z}{a} \end{aligned} \quad (a)$$

v ktorých l , m a n sú celé kladné čísla.

Rozpisom týchto funkcií na tvar mnohočlenov môžeme sa presvedčiť, že vzorcami (a) dané stojaté vlnenie je výsledok interferencie ôsmich harmonických, vo všeobecnosti elipticky polarizovaných rovinných vlnení, postupujúcich v ôsmich smeroch, ktorých smerové kosinusy sú $\pm \frac{l}{\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$, $\pm \frac{m}{\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$, $\pm \frac{n}{\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$, takže smery vždy dvoch vlnení sú vzájomne opačné.

Tento rozpis sa najľahšie nájde tak, že reálnym harmonickým funkciám času a miesta E_x , E_y a E_z sa priradia ich komplexné vyjadrenia a použijú sa aj vzorce $\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$, $\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$

Avšak práve tak, ako napríklad na napätej strune sa nemôže vytvoriť stojaté vlnenie s ľubovoľnou frekvenciou, ale iba vlnenia určené vlastnosťami a dĺžkou struny, ani frekvencie stojatého elektromagnetického vlnenia v dutine telesa nemôžu byť akékoľvek. Príslušná podmienka vyplýva z diferenciálnej rovnice vlnenia napísanej pre vektor $\mathbf{E}$,

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = c^2 \Delta \mathbf{E}$$

ktorá je rovnocenná s tromi skalárnymi rovnicami rovnakého tvaru, platnými pre zložky vektora $\mathbf{E}$. Prvá z nich je

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = c^2 \Delta E_x$$

Podľa tejto rovnice, keď do nej dosadíme prvú z rovníc (a), musí byť

$$4\pi^2\nu^2 = \frac{c^2}{a^2} \pi^2(l^2 + m^2 + n^2)$$

alebo

$$l^2 + m^2 + n^2 = \frac{4a^2\nu^2}{c^2} \quad (6)$$

a rovnaká podmienka vychádza aj z obidvoch ďalších rovníc (a).

Predstavme si na chvíľku, že písmená l , m a n v rovnici (6) sú pravouhlé súradnice bodu. Rovnica (6) je potom rovnicou guľovej plochy s polomerom $r = \sqrt{l^2 + m^2 + n^2} = \frac{2a\nu}{c}$. Každý bod vnútri tejto gule, ktorého súradnice sú celé a kladné čísla, určuje — podľa rovnice (6) — jednu frekvenciu stojatého elektromagnetického vlnenia možného v dutine telesa. Pretože každý takýto bod je v strede jednotkového objemu (tvaru kocky), počet vlnení, ktorých frekvencie sú v intervale od 0 po ν , je

$$\frac{1}{8} \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{6} \pi \frac{8a^3\nu^3}{c^3} = \frac{4}{3} \pi \frac{a^3\nu^3}{c^3}$$

Tento počet podľa Plancka treba však vynásobiť ešte dvoma, lebo vlnenie s určitou frekvenciou, ktoré vo všeobecnosti je elipticky polarizované, možno pokladať za súčet dvoch vlnení lineárne polarizovaných. Počet lineárne polarizovaných vlnení s frekvenciami spadajúcimi do intervalu 0 až ν , ktoré sú možné v dutine tuhého telesa, je teda

$$Z = \frac{8}{3} \pi \frac{a^3\nu^3}{c^3} \quad (7)$$

takže na frekvenčný interval $d\nu$ pripadá ich

$$dZ = \frac{8\pi a^3\nu^2}{c^3} d\nu \quad (8)$$

Podľa Plancka každé v dutine možné lineárne polarizované vlnenie s určitou frekvenciou ν je štatisticky rovnocenné s lineárnym oscilátorom s rovnakou

vlastnou frekvenciou. Pre jeho strednú energiu pri teplote T sme už v čl. 12.8 prvého dielu tejto učebnice získali vyjadrenie

$$\varepsilon_s = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Energia žiarenia v dutine telesa, pripadajúca na frekvenčný interval $d\nu$, je preto

$$dU = \varepsilon_s dZ = \frac{8\pi a^3 h \nu^3}{c^3 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)} d\nu$$

takže príslušná monochromatická hustota žiarivej energie, pripadajúca na jednotkový frekvenčný interval, je

$$u_\nu = \frac{dU}{a^3 d\nu} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)} \quad (9)$$

Vo vzorci (5), ktorý vyjadruje spektrálnu intenzitu žiarenia absolútne čierneho telesa, namiesto veličiny u_ν figuruje však monochromatická hustota žiarivej energie u_λ , ktorá sa vzťahuje nie na jednotkový frekvenčný interval ale na jednotkový interval vlnových dĺžok. Vzťah medzi veličinami u_λ a u_ν však ľahko odvodíme pomocou rovnosti $u_\lambda |d\lambda| = u_\nu |d\nu|$ a vzorca $\lambda = \frac{c}{\nu}$,

podľa ktorého je $|d\lambda| = \frac{c}{\nu^2} |d\nu|$. Z rovnice $u_\lambda \frac{c}{\nu^2} d\nu = u_\nu d\nu$ vyplýva:

$$u_\lambda = \frac{\nu^2}{c} u_\nu = \frac{8\pi h \nu^5}{c^4 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)} \quad (10)$$

čo dosadené do vzorca (5) dáva:

$$E_{0\lambda} = \frac{cu_\lambda}{4\pi} = \frac{2h\nu^5}{c^3 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)} = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1 \right)} = \frac{C_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1} \quad (11)$$

kde $C_1 = 2hc^2 = 1,19 \cdot 10^{-16}$ joule m^2/s a $C_2 = \frac{hc}{k} = 0,0143$ m deg. Pritom

$k = \frac{R}{N} = 1,38 \cdot 10^{-23}$ joule/deg je Boltzmannova konštanta, R plynová konštanta a N Avogadrovo číslo.

Vzorec (11) vyjadruje *Planckov zákon žiarenia* absolútne čierneho telesa v najviac používanom tvare.

Z Planckovho zákona žiarenia, ktorý veľmi dobre súhlasí so všetkými pozorovaniami, možno odvodiť niektoré iné — už skôr známe — zákony žiarenia.

C. Wienov posuvný zákon. Pomocou vzorca (11) hľadáme vlnovú dĺžku, pre ktorú pri danej teplote je $E_{0\lambda}$ maximálne. Vzorec (11), dosadený do podmienky $\partial E_{0\lambda}/\partial \lambda = 0$, dáva rovnicu

$$-\frac{5C_1}{\lambda^6} \cdot \frac{1}{e^{C_2/\lambda T} - 1} + \frac{C_1}{\lambda^5} \frac{\frac{C_2}{\lambda^2 T} e^{C_2/\lambda T}}{(e^{C_2/\lambda T} - 1)^2} = 0$$

t. j. po krátení výrazom $\frac{C_1}{\lambda^6(e^{C_2/\lambda T} - 1)}$ rovnicu

$$\frac{C_2}{\lambda T} \cdot \frac{e^{C_2/\lambda T}}{e^{C_2/\lambda T} - 1} = 5$$

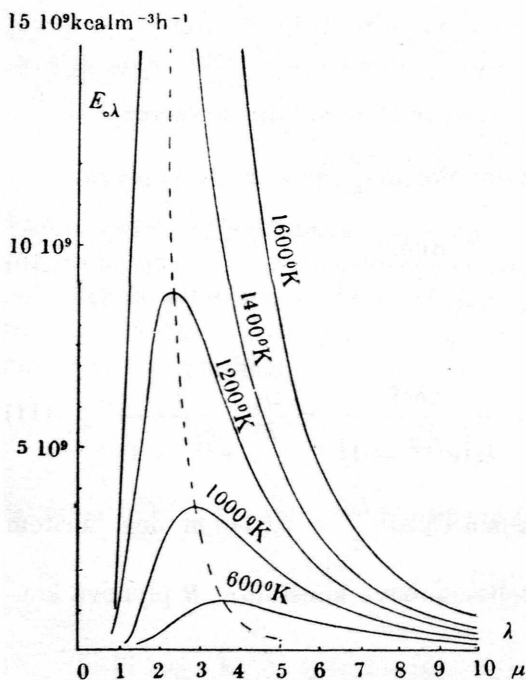
alebo, ak píšeme: $x = C_2/\lambda T$, rovnicu

$$xe^x = 5(e^x - 1)$$

Táto rovnica má jediný reálny koreň $x_1 = 4,965$. Hľadanú vlnovú dĺžku λ_m určuje teda rovnica $C_2/\lambda_m T = 4,965$, alebo rovnica

$$\begin{aligned} \lambda_m T &= \frac{C_2}{4,965} = \text{const} = \\ &= 0,00288 \text{ m deg} \quad (12) \end{aligned}$$

Rovnica (12) vyjadruje *Wienov posuvný zákon*, ktorý nezávisle od Plancka odvodil W. Wien už r. 1896. Podľa tohto zákona vlnová dĺžka, pri ktorej abs. čierne teleso vyžaruje pomerne najviac energie, je nepriamo úmerná abs. teplote. To znamená, že s rastúcou teplotou maximum krivky $E_{0\lambda} = f_0(\lambda, T)$ sa sunie smerom ku kratším vlnovým dĺžkam (obr. 9.8). Prakticky sa to prejavuje tým, že čím vyššia je teplota telesa, tým je ním vydávané žiarenie bohatšie na vlnenia s krátkymi vlnovými dĺžkami.



Obr. 9.8.

D. Zákon Stefanov—Boltzmannov. Celkovú intenzitu vyžarovania abs. čierneho telesa E_0 dostaneme integráciou výrazu napríklad $E_{0\nu}$. Vychodí:

$$E_0 = \int_0^{\infty} E_{0\nu} d\nu = \int_0^{\infty} \frac{cu_{\nu}}{4\pi} d\nu = \int_0^{\infty} \frac{2h\nu^3}{c^2(e^{h\nu/kT} - 1)} d\nu = \frac{2k^4T^4}{c^2h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$$

keď sme položili opäť $x = \frac{h\nu}{kT}$. Keďže integrál posledného výrazu má hodnotu $\pi^4/15$, je

$$E_0 = \frac{2\pi^4k^4}{15c^2h^3} T^4 = \sigma T^4 \quad (13)$$

kde $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ joule $m^{-2} s^{-1} deg^{-4}$.

Vzorec (13) vyjadruje zákon Stefanov—Boltzmannov, podľa ktorého celková intenzita vyžarovania povrchu abs. čierneho telesa je úmerná štvrtéj mocnine jeho abs. teploty.

Zákony Wienov a Stefanov—Boltzmannov sa používajú v praxi na meranie vysokých teplôt skúmaním žiarenia, ktoré vysielajú horúce telesá.

Úlohy na evičenie

1. Vodorovná plocha je osvetľovaná dvoma žiarovkami, ktorých stojany sú vo vzájomnej vzdialenosti d . Aké majú byť vysoké, ak intenzita osvetlenia v strede ich spojnice má byť čo najväčšia? ($h = d\sqrt{2}/4$)

2. Nad stredom stola tvaru štvorca visí vo výške $h = 1$ m žiarovka s celkovou svietivosťou 60 Dlm. Vypočítajte intenzitu osvetlenia stola v jeho strede, v strede jeho strán o dĺžke 1,6 m a vo vrcholoch! (477, 227, 139 lux)

3. Do planparalelnej absorbujúcej vrstvy hrúbky $h = 1$ mm vniklo svetlo intenzity i_0 . Po akom počte odrazov sa táto intenzita zmenší viac ako na svoju stotinu, keď koeficient vnútorných odrazov je $\rho = 90\%$ a extinkčný koeficient $\alpha = 2$ cm^{-1} ? ($n = 10$)

4. Kovové vlákno s priemerom 0,2 mm, dlhé 10 cm, nachádzajúce sa vo vákuu, rozžeraví sa elektrickým prúdom na teplotu 3 000 °K. Akú energiu vyžiari vlákno za 1 minútu za predpokladu, že žiari ako absolútne čierne teleso? (17 000 joule)

5. Aká je teplota slnečného povrchu, keď v slnečnom svetle najväčšia hustota prúdenia žiarivej energie pripadá na vlnovú dĺžku $\lambda = 0,475 \mu$? ($T = 6\,084$ °K)