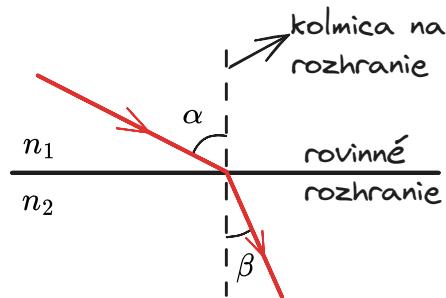


Index lomu

Svetlo dopadajúce na rozhranie z prostredia s indexom lomu n_1 pod uhlom dopadu α sa láme do prostredia s indexom lomu n_2 pod uhlom lomu β . Platí tzv. Snellov zákon, ktorý dáva do súvisu uhly lomu a dopadu s indexami lomu prostredí:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$



I keď ide o nesporne dôležitý zákon, index lomu má vo fotonike hlbší význam. Charakterizuje optické prostredie z hľadiska šírenia elektromagnetickej vlny. Komplexný index lomu dokonca v sebe nesie informáciu o absorpčných vlastnostiach materiálu.

Schopnosť materiálu interagovať s elektromagnetickým poľom kvantifikujú dva parametre: elektrická permitivita a magnetická permeabilita. Obe veličiny môžeme vyjadriť pomocou bezrozmerných (relatívnych) násobkov dvoch základných fyzikálnych konštánt, a to elektrickej konštanty ϵ_0 a magnetickej konštanty μ_0 . Elektrická konštanta má v medzinárodnej sústave jednotiek (SI) presne definovanú hodnotu. Magnetickú konštantu môžeme určiť pomocou rýchlosti svetla vo vákuu c , ktorej hodnota je v SI tiež presne definovaná. Vzťah medzi spomenutými tromi konštantami vyplýva z Maxwellových rovníc:

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$$

Hodnoty konštánt uvádzame v nasledujúcej tabuľke.

konštanta	hodnota
elektrická konštanta	$\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ V m}^{-1}$
magnetická konštanta	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1} = 1,25663706 \cdot 10^{-6} \text{ H m}^{-1}$
rýchlosť svetla vo vákuu	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

V komplexnej reprezentácii môžeme časovo-priestorový zápis intenzít elektrického a magnetického poľa rovinatej monochromatickej vlny vyjadriť nasledujúcim spôsobom:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{H}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}\end{aligned}$$

V látkovom prostredí, kde sa nachádzajú atómy s kladne nabitými jadrami a zápornými elektrónmi, s atómami, ktoré navyše interagujú aj magneticky, budú veľmi dôležité aj indukcie oboch zložiek elektromagnetického poľa:

$$\begin{aligned}\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{D}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{B}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}\end{aligned}$$

pretože opisujú reakciu materiálu na prítomné elektromagnetické pole. V izotropnom lineárnom prostredí platia medzi amplitúdami monochromatickej vlny materiálové vzťahy:

$$\begin{aligned}\mathbf{D}_0 &= \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{B}_0 &= \mu \mu_0 \mathbf{H}_0\end{aligned}$$

kde $\varepsilon \varepsilon_0$ je *elektrická permitivita* a $\mu \mu_0$ je *magnetická permeabilita* prostredia. Bezrozmerné veličiny ε a μ sú *relatívna permitivita* a *relatívna permeabilita* prostredia. Vo všeobecnosti sú to komplexné čísla a môžu závisieť od uhlovej frekvencie vlny ω .

Index lomu prostredia je definovaný pomocou týchto dvoch relatívnych elektromagnetických parametrov:

$$n = \sqrt{\varepsilon \mu}$$

Optické nemagnetické materiály majú relatívnu permeabilitu blízku hodnote 1, preto budeme vo väčšine úloh uvažovať $\mu \equiv 1$ a index lomu potom bude druhá odmocnina z relatívnej permitivity:

$$n = \sqrt{\varepsilon}$$

≡ Príklad

Bežné sklo má index lomu 1,5. Jeho relatívna permitivita je teda $1,5^2 = 2,25$. Najväčší index lomu z priehľadných materiálov má diamant. Jeho hodnota je 2,4 a tomu zodpovedá relatívna permitivita 5,76.

Poznámka

V učebniciach sa permitivita a permeabilita označujú symbolmi ε a μ . Relatívne veličiny sa zvyknú označovať indexom r: ε_r a μ_r . V tomto texte budeme relatívne veličiny označovať symbolmi bez indexu, teda ε bude *relatívna* permitivita a μ *relatívna* permeabilita.

Komplexný index lomu

Relatívna permitivita aj index lomu môžu byť komplexné čísla.

$$n = n' + i n''$$

pričom n' je reálna časť a n'' je imaginárna časť komplexného indexu lomu.

Reálna časť indexu lomu súvisí s fázovou rýchlosťou v_f a vlnovou dĺžkou vlnenia λ_n v prostredí:

$$v_f = \frac{c}{n'} \quad \lambda_n = \frac{\lambda}{n'}$$

kde c je rýchlosť svetla vo vákuu a λ je vlnová dĺžka svetla vo vákuu. Reálna časť indexu lomu vstupuje do Snellovho zákona lomu, nie imaginárna. Lúče sa teda lámu podľa n' .

Imaginárnu časť indexu lomu nazývame aj *extinkčný koeficient* alebo *index absorpcie*. Súvisí so zoslabovaním svetla v materiáli buď vplyvom absorpcie, alebo iným fyzikálnym procesom. Kovy sú z optického hľadiska zvláštne materiály. Takmer všetko svetlo sa od nich odráža a takmer vôbec sa v nich nešíri. Môžu za to voľné elektróny. Striebro má pre zelené svetlo (550 nm) relatívnu permitivitu $\varepsilon = -12,938 + 0,42868i$. Komplexný index lomu vypočítame ako druhú odmocninu pomocou jednoduchého skriptu:

```
import cmath as c

eps = -12.9377 + 0.42868j
n = c.sqrt(eps)

print (n)
```

```
(0.059582004862561405+3.5973948928778228j)
```

Index lomu striebra je $n = 0,05958 + 3,5973i$.

Poznámky k skriptu

- Python natívne pracuje s komplexnými číslami. Komplexná jednotka sa označuje ako `1j`.
- Na vypočítanie odmocniny komplexného čísla treba použiť funkciu `cmath.sqrt()` z knižnice komplexnej algebry `cmath`.
- Externé knižnice a triedy načítame pomocou kľúčového slova `import` nasledované názvom knižnice alebo triedy. Pomocou kľúčového slova `as` jej pridáme tzv. *alias* (prezývku), aby sme potom v programe nemuseli zakaždým písať celé meno knižnice, čiže namiesto `cmath.sqrt()` stačí písať iba `c.sqrt()`. Je to malý, ale užitočný detail.
- Funkcia `print()` vypíše do terminálu obsah argumentu.

Druhá odmocnina komplexného čísla má dve riešenia. Pri výbere fyzikálne relevantného riešenia sa riadime pravidlom, že imaginárna časť indexu lomu pasívneho prostredia nesmie byť záporná

$$n'' \geq 0$$

Záporná absorpcia by totiž znamenala zosilnenie a to pri bežných materiáloch nepozorujeme. Neustále zosilnenie šíriacej sa vlny by pri šírení v dostatočne hrubom optickom prvku viedlo k neúmernému nárastu amplitúdy a teda aj energie vlny, čo nie je fyzikálne možné. Funkcia `c.sqrt()` vracia pri komplexnom odmocnení iba jednu hodnotu, tú s nezápornou reálnou časťou. Takzvané ľavoruké metamateriály (*left-handed metamaterials*) však môžu mať záporný reálny index lomu, tam treba byť pri odmocňovaní v Pythone obozretný.

Z výpočtu vidíme, že striebro má pomerne veľký index absorpcie, až 3,60. Znamená to, že intenzita vlny klesne na hodnotu $1/e^2 \approx 1/10$ po prejení vzdialenosti $\lambda/(2\pi \cdot 3,60) \approx 0,04\lambda$, vlna teda nestihne vykonať ani zlomok kmitu a v materiáli sa takmer úplne pohltí. Pri vlnovej dĺžke vo vákuu $\lambda = 550 \text{ nm}$ to predstavuje hĺbku vniku $\delta = 22 \text{ nm}$ (pozri časť [Hĺbka vniku](#)). Inými slovami, ak svetlo dopadne na povrch striebra, vnikne iba do hĺbky 22 nm. V skutočnosti do kovu prejde len málo dopadajúceho svetla, nakoľko sa takmer všetka energia odrazí od rozhrania. Preto sú kovy lesklé.

Index lomu kremíka

Ak index lomu závisí od frekvencie vlny, hovoríme o disperzii alebo o disperznom prostredí. Graficky znázorníme disperzné vlastnosti kremíka. Z internetovej databázy refractiveindex.info vezmeme komplexný index lomu kremíka a vytvoríme grafy závislosti reálnej a imaginárnej časti od vlnovej dĺžky.

Z databázového záznamu sme vytvorili csv súbor `Si_Schnike.csv` s tromi stĺpcami: vlnová dĺžka v mikrometroch (`wl`), reálna časť indexu lomu (`n`), imaginárna časť indexu lomu (`k`) a uložili sme ho do rovnakého priečinka, ako program v Pythone. Najprv načítame csv súbor pomocou balíka `pandas`. Potom nakreslíme graf nástrojmi knižnice `matplotlib.pyplot`.

Súbor typu csv (*coma-separated values*) je textový súbor a bežne sa používa na uchovávanie a distribúciu vedeckých dát v tvare jednoduchej tabuľky. Naša tabuľka, ako sme spomenuli, má tri stĺpce. Samotný súbor obsahuje riadky ukončené netlačiteľným znakom `\n`. Hodnoty v jednotlivých stĺpcoch sú v každom riadku oddelené tabulátorom, znakom `\t`. Striktne vzaté, hodnoty by mali byť oddelené čiarkou (*coma*), ale v Európe používame radšej tabulátor alebo iný oddeľovač, pretože čiarka je súčasť zápisu reálneho čísla s celou a desatinnou časťou. Prvý riadok súboru je hlavička tabuľky a vyzerá takto: `wl\t n\t k\n`.

Načítanie textového csv súboru

```
import pandas as pd

fileName = "Si_Schinke.csv"
N = pd.read_csv(fileName, sep = "\t")
```

Poznámka

Obsah súboru načíta funkcia `pd.read_csv()`, ktorá v našom príklade potrebuje na vstupe textový reťazec s názvom súboru a špecifikáciu znaku separátora stĺpcov – tabulátor (znak `\t`). Výstup funkcie je objekt `N`, tzv. dátový rámec (*data frame*), čo je jednoducho tabuľka. Na prácu s tabuľkami s vedeckými údajmi slúži knižnica `pandas`.

Časť tabuľky `N` zobrazíme príkazom

```
print(N)
```

	wl	n	k
0	0.25	1.637	3.588900e+00
1	0.26	1.737	3.993200e+00
2	0.27	2.030	4.595800e+00
3	0.28	2.840	5.196100e+00
4	0.29	4.185	5.312400e+00
...	...	...	...
116	1.41	3.492	6.042000e-13
117	1.42	3.492	4.289000e-13
118	1.43	3.490	2.038000e-13
119	1.44	3.488	1.378000e-13
120	1.45	3.487	1.090000e-13

[121 rows x 3 columns]

Celý dátový rámec `N` má 121 riadkov a 3 stĺpce. Riadky sú číslované od 0 do 120 a k jednotlivým stĺpcom tabuľky možno pristupovať buď ako k vlastnosti objektu cez operátor bodka: `N.wl` alebo ako k prvku slovníka: `N['wl']`. Hodnota vlnovej dĺžky v riadku číslo 116 je `N.wl[116]`

```
print(N.wl[116])
```

1.41

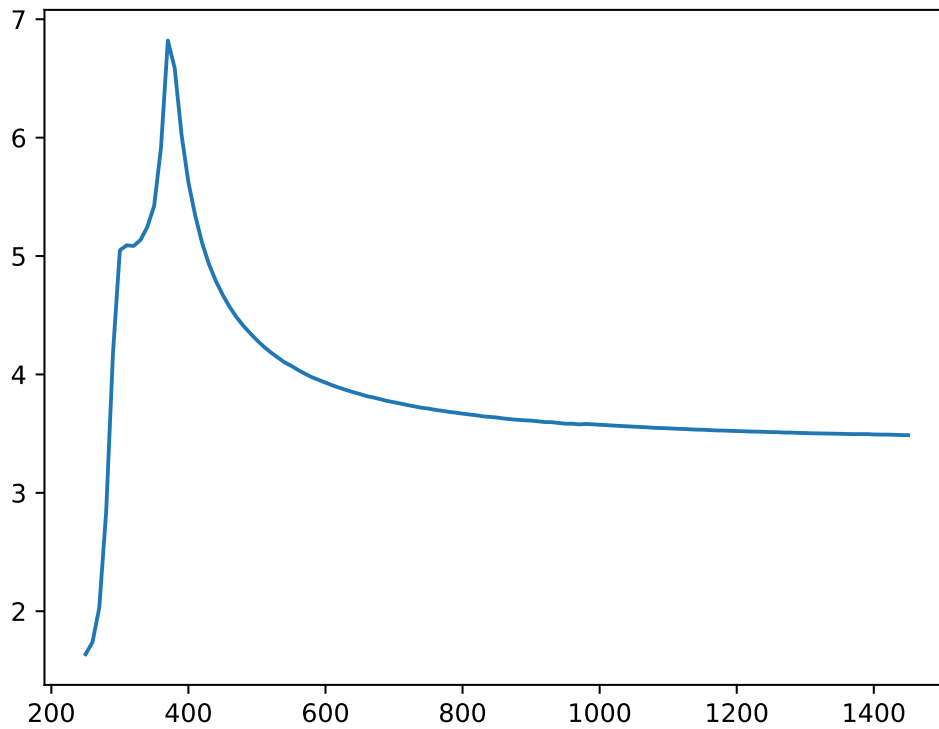
Kreslenie grafu

Funkcia `matplotlib.pyplot.plot()` musí mať aspoň dva argumenty: x-ové dáta, y-ové dáta. Nasledujúci skript nakreslí reálnu časť indexu lomu:

```
import matplotlib.pyplot as plt

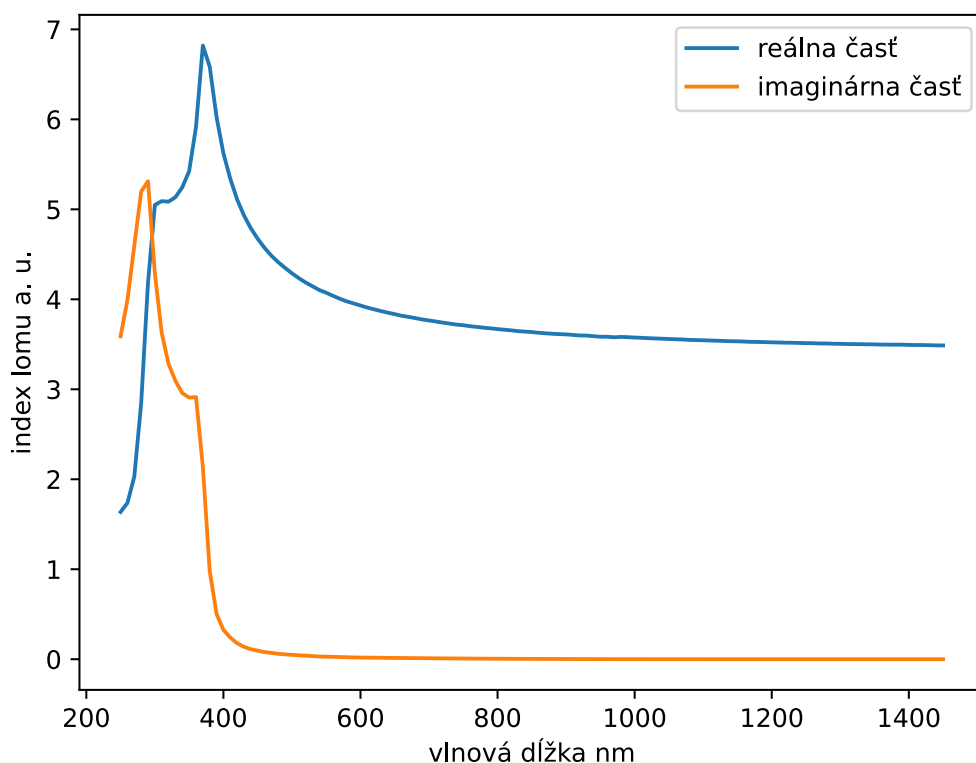
plt.plot(1e3*N.wl, N.n)
plt.show()
```

Pole vlnových dĺžok `N.wl` sme vynásobili prevodovým faktorom 10^3 , aby sme mali na x-ovej osi údaje v nanometroch. Aj tu sme použili prezývku `plt` pre kolekciu `matplotlib.pyplot`. Funkcia `plt.plot()` pripraví požadovaný graf, ale až `plt.show()` ho zobrazí v grafickom výstupe počítača.



Do grafu môžeme vyniesť viacero kriviek a označenie osí zariadi dvojica metód `plt.xlabel()` a `plt.ylabel()`. Je vhodné pridať aj legendu, aby sme vedeli rozlíšiť jednotlivé krivky. Po špecifikácii parametra `label` v metóde `plt.plot()` zobrazí metóda `plt.legend()` v grafe legendu. Časť kódu na vykreslenie kompletného obrázku môže vyzeráť takto:

```
plt.plot(1e3*N.wl, N.n, label="reálna časť")
plt.plot(1e3*N.wl, N.k, label="imaginárna časť")
plt.xlabel("vlnová dĺžka nm")
plt.ylabel("index lomu a. u.")
plt.legend()
plt.show()
```



V grafe je vlnová dĺžka v nanometroch, čo je v optike bežnejšie, než mikrometre. V argumente funkcie `plt.plot()` sme vynásobili pole vlnových dĺžok `N.wl` číslom 10^3 , nakoľko pôvodné hodnoty v dátovom súbore boli v mikrometroch.

Celý program na nakreslenie grafov reálnej a imaginárnej časti indexu lomu od vlnovej dĺžky z externých dát v csv súbore je prekvapivo jednoduchý:

```
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

File = "Si_Schinke.csv"
N = pd.read_csv(File, sep = "\t")

plt.plot(1e3*N.wl, N.n, label="reálna časť")
plt.plot(1e3*N.wl, N.k, label="imaginárna časť")
plt.xlabel("vlnová dĺžka nm")
plt.ylabel("index lomu a. u.")
plt.legend()
plt.show()
```

Index lomu pri ľubovoľnej vlnovej dĺžke

Hodnoty indexu lomu kremíka v dátovom súbore z predchádzajúceho príkladu sú uvedené iba pre niektoré vlnové dĺžky v rozsahu od 250 nm do 1460 nm s 1-nanometrovým krokom. Povedzme, že chceme zistiť index lomu pri vlnovej dĺžke z uvedeného rozsahu, ktorá sa ale v súbore hodnôt nenachádza. Aký je, napríklad, index lomu kremíka pre vlnovú dĺžku svetla 633 nm? Je to vlnová dĺžka červeného svetla hélíovo-neónového (He-Ne) lasera. Najbližšie poznáme hodnoty pre vlnové dĺžky 630 alebo 640 nm. Matematická metóda odhadu chýbajúcich hodnôt v rade údajov

sa nazýva *interpolácia*. Najjednoduchšiu interpoláciu urobíme tak, že vezmeme najbližšiu hodnotu indexu lomu, teda pre vlnovú dĺžku pre 630 nm. Odhad môžeme spresniť tak, že vezmeme aj hodnotu indexu lomu pri ďalšej vlnovej dĺžke, 640 nm a urobíme aritmetický priemer. Toto tiež nemusí byť uspokojivé.

V súbore dát, aký máme k dispozícii, t. j. máme dostatok experimentálnych údajov, ktorých zmeny sú vzhľadom na krok pozvoľné, môžeme použiť na interpoláciu tzv. *kubický splajn*. Metóda vezme štyri po sebe nasledujúce body a aproximuje ich polynómom 3. stupňa, potom vezme ďalšie štyri hodnoty a tak preskenuje celý súbor. Na hraniciach štvoríc bodov aplikuje podmienku spojitosti druhej derivácie. Získame tak segmentovaný polynóm tretieho stupňa, ktorý spojitou aproximuje diskkrétne údaje až do druhej derivácie.

Na nájdenie hodnoty indexu lomu použijeme metódu `scipy.interpolate.CubicSpline()` z knižnice na spracovanie vedeckých dát `scipy`. Do tejto funkcie vstupujú dve lineárne polia s rovnakou dĺžkou, pôvodné diskkrétne x-ové a y-ové údaje. Výstupom funkcie je aproximačný polynóm, z ktorého získame y-ové hodnoty pre ľubovoľné x.

```
import pandas as pd
from scipy.interpolate import CubicSpline

File = "Si_Schinke.csv"
N = pd.read_csv(File, sep = "\t")

Nspline = CubicSpline(N.wl, N.n + 1j*N.k)

print(Nspline(0.633))
```

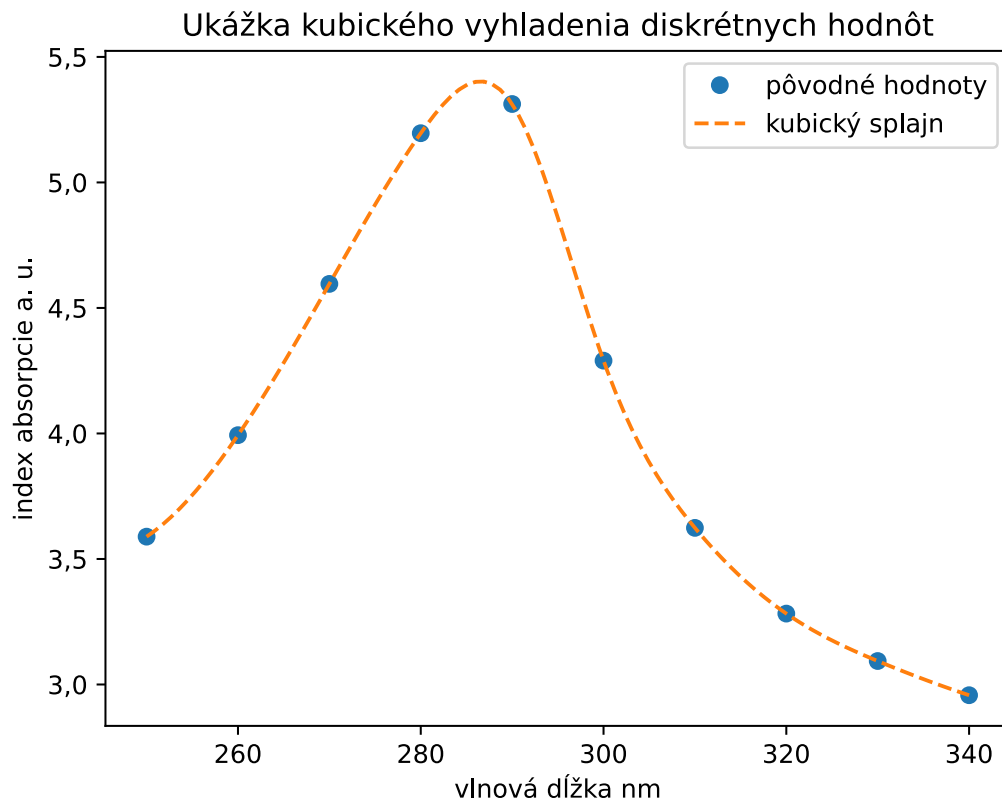
```
(3.8633697139619376+0.015797415477184728j)
```

Index lomu kremíka pre vlnovú dĺžku 633 nm je $3,863 + 0,015797i$. Index lomu pri najbližšej vlnovej dĺžke 630 nm v súbore je $3,869 + 0,016268i$. Relatívny rozdiel imaginárnej časti je $-2,8\%$.

Poznámka

V programe sa objavil ďalší spôsob importu objektu z externej knižnice. Ak chceme ušetriť pamäť a zrýchliť interpreter, môžeme z externej triedy importovať iba niektoré objekty alebo metódy. Na to slúži syntax `from ... import`. V predchádzajúcom kóde sme z celej mohutnej kolekcie `scipy.interpolate` importovali iba metódu `CubicSpline`.

Zmysel kubického splajnu je zrejmý z nasledujúceho grafu. Vidíme iba časť spektra imaginárnej časti indexu lomu kremíka. Modré body sú pôvodné hodnoty zo zdrojového csv súboru. Oranžová prerušovaná čiara je kubická aproximácia týchto hodnôt metódou `CubicSpline()`. Reálne namerané body ležia na aproximačnej krivke, navyše vyhladenie celkom realisticky dokresľuje maximum, ktoré sa v pôvodnom súbore hodnôt nenachádza.



Skript, pomocou ktorého sme obrázok vytvorili, uvádzame kvôli úplnosti a nebudeme ho zatiaľ hlbšie vysvetľovať:

```
import numpy as np
import pandas as pd
from scipy.interpolate import CubicSpline
import matplotlib.pyplot as plt
import locale

File = "Si_Schinke.csv"
N = pd.read_csv(File, sep = "\t")
Nspline = CubicSpline(1e3*N.wl, N.n + N.k*1j)

wl = np.linspace(250, 340, 101)

locale.setlocale(locale.LC_ALL, 'sk_SK')
plt.rcParams['axes.formatter.use_locale'] = True
plt.plot(1e3*N.wl[0:10], N.k[0:10], 'o', label = "pôvodné hodnoty")
plt.plot(wl, Nspline(wl).imag, '--', label = "kubický splajn")
plt.legend()
plt.xlabel("vlnová dĺžka nm")
plt.ylabel('index absorpcie a. u.')
plt.title("Ukážka kubického vyhladenia diskretných hodnôt")
plt.show()
```

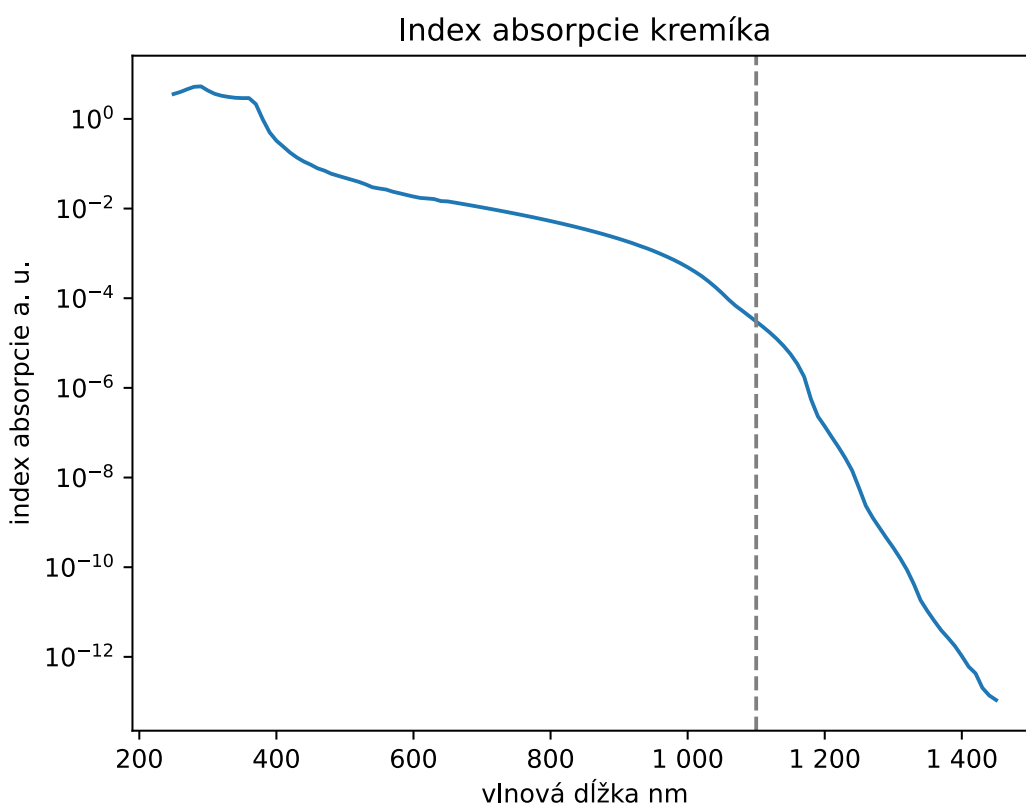
Logaritmická os indexu absorpcie

Treba zdôrazniť, že aj keď sa index absorpcie 0,016 pre vlnovú dĺžku 633 nm zdá byť malý, kremík je pre červené svetlo stále nepriehľadný. Hĺbka prieniku je iba 6 μm a doštička s hrúbkou 1 mm je úplne nepriehľadná. Kremík začína absorbovať v blízkej infračervenej oblasti približne od 1100 nm. Pre väčšie vlnové dĺžky je priehľadný. Tento fakt lepšie vidieť z grafu indexu absorpcie v logaritmickom meradle. Logaritmickú y-ovú os nastaví metóda `plt.yscale('log')`:

```
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

File = "Si_Schinke.csv"
N = pd.read_csv(File, sep = "\t")

plt.plot(1e3*N.wl, N.k)
plt.axvline(x = 1100, color = 'gray', linestyle = '--')
plt.xlabel("vlnová dĺžka nm")
plt.ylabel('index absorpcie a. u.')
plt.yscale('log')
plt.title("Index absorpcie kremíka")
plt.show()
```



Poznámka

Do obrázku sme pridali na zviditeľnenie hodnoty 1100 nm na x-ovej osi vertikálnu čiaru v polohe, ktorú treba špecifikovať v argumente funkcie `plt.axvline()`. Ďalšie parametre

funkcie sú zrejmé: `color = 'gray'` nastaví sivú farbu a `linestyle = '--'` znamená čiarkovaný typ čiary.

Hĺbka vniku

Vzdialenosť v prostredí, na ktorej poklesne intenzita žiarenia na $1/e^2$ pôvodnej hodnoty, je hĺbka vniku. Intenzita žiarenia klesá exponenciálne podľa Lambertovho-Beerovho zákona vzhľadom na imaginárnu časť indexu lomu n'' :

$$I(\ell) = I_0 \exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda} n'' \ell\right)$$

Hĺbka prieniku δ je taká vzdialenosť, pri ktorej sa argument v exponente rovná -2 . Odtiaľ vyplýva, že

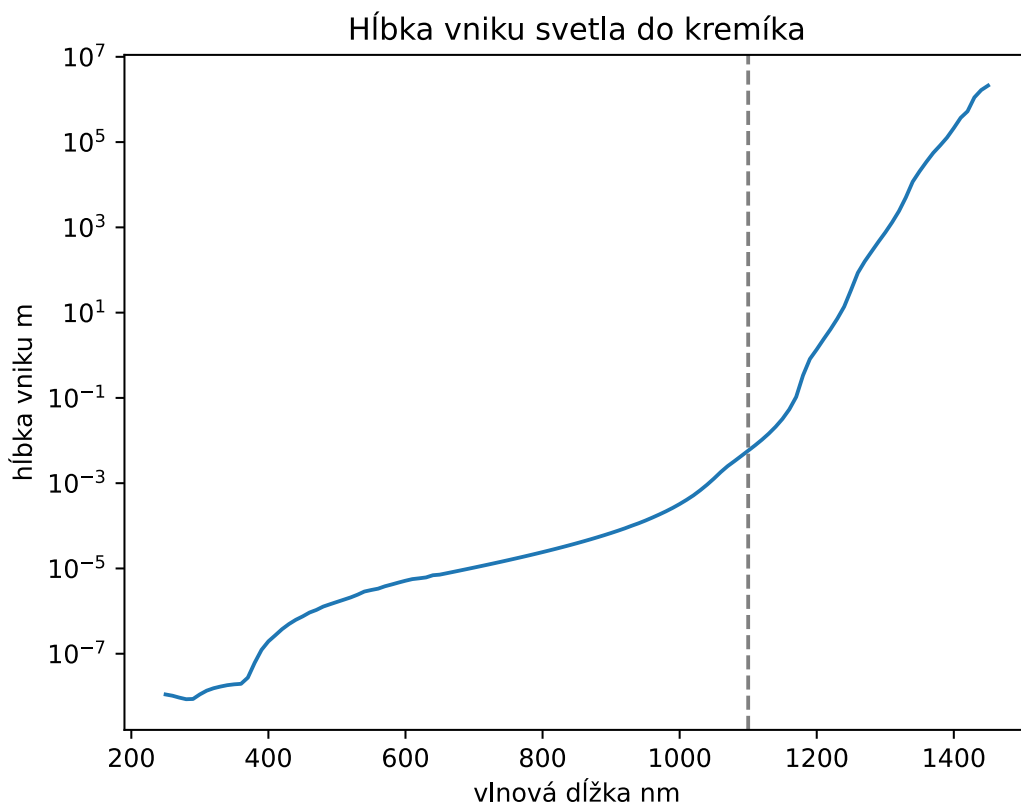
$$\delta = \frac{\lambda}{2\pi n''}$$

Nasledujúci skript nakreslí graf hĺbky prieniku žiarenia v kremíku pre jednotlivé vlnové dĺžky.

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

File = "Si_Schinke.csv"
N = pd.read_csv(File, sep = "\t")
Delta = N.wl*1e-6/(2*np.pi*N.k)

plt.plot(1e3*N.wl, Delta)
plt.yscale("log")
plt.axvline(x = 1100, color = 'gray', linestyle = '--')
plt.xlabel("vlnová dĺžka nm")
plt.ylabel("hĺbka vniku m")
plt.title("Hĺbka vniku svetla do kremíka")
plt.show()
```



Poznámka

Zastavíme sa pri výpočte premennej `Delta`. Najprv sme vynásobili pole vlnových dĺžok `N.wl` číslom 10^{-6} , pretože vlnové dĺžky sú v mikrometroch a hĺbku prieniku chceme mať v metroch. Potom sme ho delili výrazom $2\pi n_i$ podľa vzťahu pre hĺbku vniku. Ludolfovo číslo π je definované v knižnici `numpy`, preto ho musíme volať ako vlastnosť tejto triedy, teda `np.pi`. Zaujímavé na celom výraze je to, že sa v súčine a podiele nachádzajú polia `N.wl` a `N.k`, ale aj skalárne konštanty ako spomínané π . Základné binárne operácie: sčítanie, násobenie, podiel, rozdiel, ale aj celočíselná mocnina sú v Pythone implementované tak, že ak sa vo výraze objaví pole, znamená to operáciu po zložkách. Podmienka je, aby mali polia rovnaký tvar a veľkosť.

Táto vlastnosť spomenutých matematických operácií je dôležitá najmä pre používateľov Matlabu, pretože tam je situácia iná. Ak sa symbol násobenia alebo delenia objaví medzi vektormi, ide o karteziánsky súčin vektorov alebo násobenie matíc. Zložkové násobenie polí sa označuje bodkou pred operátorom, teda `.*` a `./`. V Matlabe by výpočet δ vyzeral takto:

```
Delta = N['wl']*1e9./(2*pi*N['n']).
```

Pre žiarenie s vlnovou dĺžkou 1100 nm je hĺbka vzniku do kremíka 5,8 mm a ďalej prudko klesá zo zvyšujúcou sa vlnovou dĺžkou, pri 1200 nm je to už 1,4 metra, čo znamená, že milimetrový kremíkový substrát je prakticky priehľadný.

Úlohy

1. Vypočítajte relatívnu permitivitu materiálu, ktorý má index lomu 0,424 a index absorpcie 2,47. N-tá mocnina $y = x^N$ má v Pythone syntax: `y = x**N`.
2. Vytvorte graf závislosti reálnej a imaginárnej časti permitivity kremíka od vlnovej dĺžky, ako aj od frekvencie a energie fotónu.
3. Nakreslite graf závislosti indexu lomu a permitivity SiO₂ podľa údajov z databázy refractiveindex.info: <https://refractiveindex.info/?shelf=main&book=SiO2&page=Lemarchand>.
4. Nakreslite graf závislosti indexu absorpcie a hĺbky vniku gáliumarsenidu (GaAs), gáliumfosfidu (GaP) a gáliumnitridu (GaN) v logaritmickej mierke. Odhadnite najmenšiu vlnovú dĺžku, pri ktorej môžeme tieto polovodiče ešte považovať za priehľadné. Výsledky porovnajte s hodnotami absorpčnej hrany jednotlivých materiálov