Skúška 16.6.2014

Teória bez odvodení. Všetky použité veličiny slovne popíšte. Každá otázka je za 4 body.

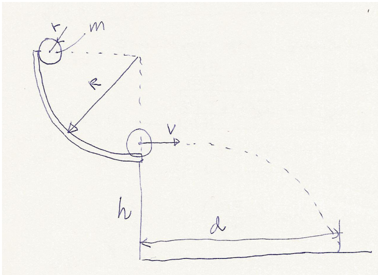
1. Napíšte definíciu vektora okamžitého zrýchlenia a uveďte jeden príklad pohybu, keď je vektor zrýchlenia orientovaný proti smeru vektora okamžitej rýchlosti.
2. Na ideálne tuhé teleso pôsobí N rôznych síl $\vec{F_i}$ v N rôznych miestach $\vec{r_i}$. Ako z týchto veličín určíme či sa bude rýchlosť jeho ťažiska meniť, a ako určíme či sa bude meniť uhlová rýchlosť tohto telesa?
3. Máme jeden plný a jeden dutý valec, pričom oba majú rovnakú celkovú hmotnosť a rovnaký polomer. Valce roztočíme na rovnakú uhlovú rýchlosť okolo ich vlastných osí. Na roztočenie ktorého valca sme potrebovali viac energie? Prečo? Napíšte vzťah, ktorý Vaše tvrdenie podporí.
4. Napíšte vzťah pre harmonickú vlnu s amplitúdou u_0. Vlna sa šíri v zápornom smere osi y, s rýchlosťou šírenia v a frekvenciou f. Vyjadrite jej vlnovú dĺžku pomocou tu uvedených veličín a označení.
5. Ako zavádzame fyzikálnu veličinu tlak, určený vo vybranom mieste kvapaliny (alebo plynu)? Aký zmysel má orientáca myslenej malej plochy, ktorá sa v tomto mieste nachádza?
6. Z akých elementárnych dejov sa skladá Carnotov cyklus? Prečo nemôže cyklicky pracujúci termodynamický stroj premeniť 100% energie dodanej vo forme tepla na užitočnú prácu?

Otázka s odvodením (8 bodov):

Odvoďte vzťah pre prácu, ktorú vykoná externá sila $\vec{F_e}$ na hmotnom bode pohybujúcom sa pozdĺž trajektórie v potenciálovom silovom poli a vysvetlite, ako súvisí so zákonom zachovania energie uvažovaného bodu.

Príklady:

1. (6b) Žliabkom, ktorý má tvar štvrťkruhu s polomerom R, sa valí gulička s polomerom r. Dolný koniec žliabku je vo výške h nad vodorovnou podložkou. (a) Aká je rýchlosť guličky v v momente keď opúšťa žliabok, ak na začiatku bola rýchlosť guličky nulová? (b) Do akej vzdialenosti d od konca žliabku doletí gulička? Vzťah pre moment zotrvačnosti gule je $J = (2/5)mR^2$.



2. (5b) Nájdite moment zotrvačnosti obdĺžnikového rámika so stranami a a b, vyrobeného z tenkých tyčiek s hmotnosťou na jednotku dĺžky μ, pre os otáčania, ktorá je kolmá na rovinu rámika a prechádza jedným z jeho rohov.
3. (5b) V klavíri sú všetky struny napnuté rovnako veľkými silami. Pomer základných frekvencií najvyššieho a najnižšieho tónu je zhruba $f_1/f_2 = 2^6 = 64$ (t.j. 6 oktáv). Aký musí byť pomer dĺžok strún najvyššieho a najnižšieho tónu (a) ak je hmotnosť na jednotku dĺžky oboch strún rovnaká, (b) ak struny majú rôzne hmotnosti na jednotku dĺžky - μ_1 a μ_2?
4. (6b) Plyn vo valci s počiatočným tlakom p_0 a s počiatočnou teplotou T, zhodnou s teplotou prostredia, expanduje tak, že jeho konečný tlak je $p < p_0$ a konečná teplota sa ustáli opäť na teplotu prostredia T. Predpokladajte, že expanzia pozostáva z adiabatického deja, pri ktorom sa ustáli tlak plynu na p, a následného izobarického deja, pri ktorom sa vyrovná jeho teplota na teplotu okolia T. (a) Aká bude najnižšia teplota, ktorú plyn dosiahne na konci adiabatickej expanzie? (b) Koľko tepla odoberie jeden mol plynu počas celej expanzie z prostredia? Mólovú tepelnú kapacitu plynu pri konštantnom tlaku (C_p) považujte za známu.

Pr1

a) v nájdeme zo zákona zach. energie

$$E(t=0) = mg(R-r) \quad 1/2 \quad [E_p = 0 \text{ pre konečnú polohu v žliabku}]$$

$$E(t_1) = \underbrace{\tfrac{1}{2}mv^2}_{1/2} + \underbrace{\tfrac{1}{2}I\omega^2}_{1/2} \quad [t_1 - \text{čas, keď je v polohe na konci žl.}]$$

$$E(t=0) = E(t_1) \quad 1/2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mg(R-r) \qquad v = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{v}{r} \quad 1/2$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}\cancel{m}\cancel{r^2}\frac{v^2}{\cancel{r^2}} = \cancel{m}g(R-r)$$

$$\frac{7}{10}v^2 = g(R-r)$$

$$v = \sqrt{\frac{10}{7}g(R-r)} \quad 1$$

b) pohyb v smere "vertikálnom"

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \quad 1/2$$

$$h = \frac{1}{2}gt_2^2 \qquad t_2 - \text{čas dopadu (rel. od } t_1)$$

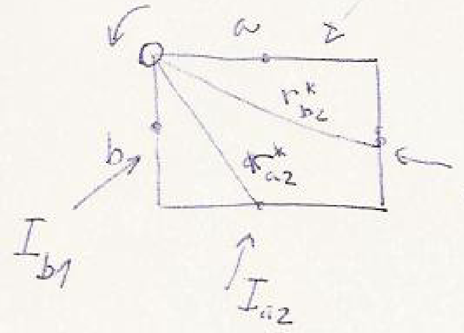
$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad 1/2$$

pohyb v smere "horizontálnom"

$$x = v_{0x}t \quad 1/2$$

$$d = v_{0x}t_2 = \sqrt{\frac{10}{7}g(R-r)}\sqrt{\frac{2h}{g}} = \underline{\cancel{2}\sqrt{\frac{20}{7}(R-r)h}} \quad 1/2 + 1/2$$

Pr 2



$$I = I_{a1} + I_{a2} + I_{b1} + I_{b2} \quad 1/2\, b$$

Steinerova veta ⇒ všeat. = 1/2 b

$$I_{a1} = I_{a1}^* + m_a\left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{12} m_a a^2 + m_a\left(\frac{a^2}{4}\right) \quad 1/2 \quad 1/2$$

$$I_{a2} = \frac{1}{12} m_a a^2 + m_a r_{a2}^{*2}$$

$$= \frac{1}{12} m_a a^2 + m_a\left(b^2 + \frac{a^2}{4}\right) \quad 1/2 \quad 1/2$$

pozn. ak má len "b"-čko tak tam je +1b.

$m_a = \mu a$

$m_b = \mu b$ 1/2

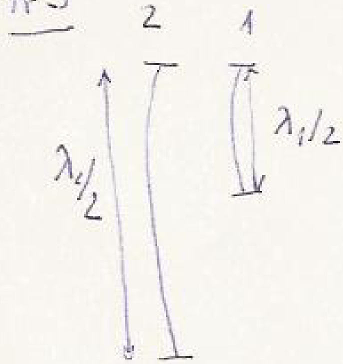
$$I_{b1} = \frac{1}{12} m_b b^2 + m_b \frac{b^2}{4} \quad 1/2$$

$$I_{b2} = \frac{1}{12} m_b b^2 + m_b\left(a^2 + \frac{b^2}{4}\right) \quad 1/2$$

$$I = \frac{1}{6} m_a a^2 + m_a \frac{a^2}{2} + m_a b^2 + \frac{1}{6} m_b b^2 + m_b \frac{b^2}{2} + m_b a^2$$

$$= \underline{\underline{\frac{2}{3}\mu a^3 + \mu b^2 a + \frac{2}{3}\mu b^3 + \mu a^2 b}} \quad 1/2$$

Př. 3



$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$ } všeob. 1/2 b.

$$L_1 = \lambda_1/2$$ 1/2

$$\underbrace{\lambda_1}^{1/2} = V_1/f_1 = \sqrt{\frac{F}{\mu_1}} \cdot \frac{1}{f_1}$$

$$L_1 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{F}{\mu_1}}\,\frac{1}{f_1}$$ } 1b

$$L_2 = \lambda_2/2 \qquad \ldots$$

$$L_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{F}{\mu_2}}\,\frac{1}{f_2}$$

} ak je ∀ správne aj pre 2. strunu potom +1b

$$\underbrace{\frac{L_1}{L_2} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{F}{\mu_1}}\,\frac{1}{f_1}}{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{F}{\mu_2}}\,\frac{1}{f_2}}}_{1/2 \text{ "úvaha o pomere"}} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}\,\frac{f_2}{f_1}$$

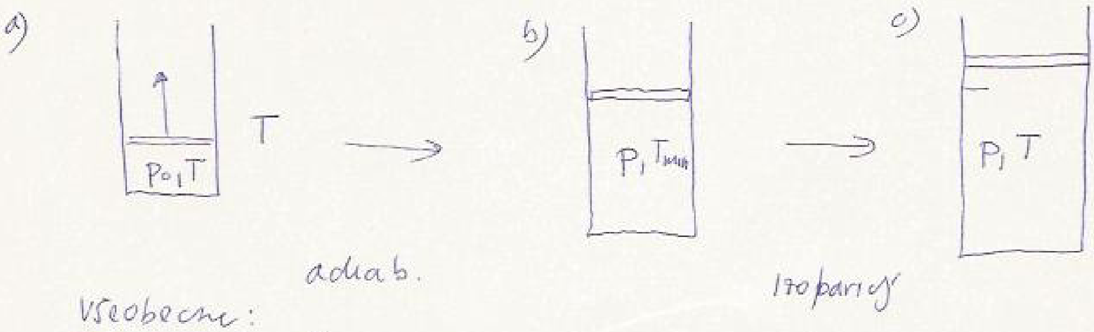
a) ak $\mu_1 = \mu_2$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{1}{64}$$ 1/2

b) ak $\mu_1 \neq \mu_2$

$$\frac{L_1}{L_2} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \cdot \frac{1}{64}$$ 1/2

Pr-4 (6)



všeobecne:

$$pV^{\varkappa} = \text{konst.} \quad 1/2\,b$$

$pV = nRT$

$V = \dfrac{nRT}{p}$

1/2 b

$$p^{1-\varkappa} T^{\varkappa} = \text{konst.}$$

$$\underbrace{p^{\frac{1-\varkappa}{\varkappa}} T = \text{konst.}}_{1/2\,b}$$

"všeobecne"

t.j. $$p_0^{\frac{1-\varkappa}{\varkappa}} T = p^{\frac{1-\varkappa}{\varkappa}} T_{min} \quad \Big\} \; 1/2\,b + 1/2\,b$$

Ľ. strana aj P. strana rovnice o.k.

$$T_{min} = T \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{1-\varkappa}{\varkappa}} \quad ✓ \; 1/2\,b$$

$$\varkappa = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_p}{C_p - R} \quad ✓ \; 1/2\,b$$

$$\frac{1-\varkappa}{\varkappa} = \frac{\frac{C_p - R}{C_p - R} - \frac{C_p}{C_p - R}}{\frac{C_p}{C_p - R}} = -\frac{R}{C_p}$$

$$\underline{\underline{T_{min} = T \left(\frac{p_0}{p}\right)^{-R/C_p}}} \quad ✓ \; 1/2\,b$$

(b) pri adiab. $Q = 0$ ✓ 1/2 b

pri izobarickom

$$Q = C_p \Delta T = \underline{\underline{C_p (T - T_{min})}} \quad ✓ \; 1/2\,b$$

1b