Skúška 4.6.2012

Teória bez odvodení. Všetky použité písmenká slovne popíšte. Každá otázka je za 4 body.

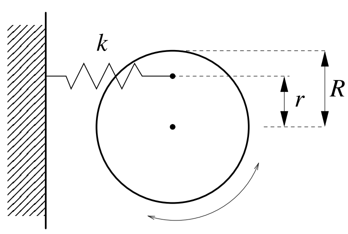
1. Ako je zavedený vektor rýchlosti hmotného bodu? Nech $v(t)$ je veľkosť rýchlosti bodu, uveďte príklad, kedy **neplatí** $v = x(t)/t$, kde $x(t)$ je okamžitá súradnica bodu a t je čas. Pri akej závislosti súradnice od času je skutočná okamžitá rýchlosť $v(t)$ rovná dvojnásobku $x(t)/t$?
2. Ako je zavedený moment zotrvačnosti pre ideálne tuhé teleso otáčajúce sa okolo pevnej osi? Nech najväčšia kolmá vzdialenosť ľubovoľného bodu telesa od osi otáčania je l. Prečo musí platiť $I \leq ml^2$, kde m je celková hmotnosť telesa?
3. Ako je zavedená práca konaná externou silou na ideálne tuhom telese, pôsobiacou v mieste $\vec{r}(t)$ na telese? Uveďte a vysvetlite jeden konkrétny príklad, čomu sa táto práca môže rovnať.
4. Napíšte vyjadrenie pre harmonickú vlnu ako funkciu času t a miesta x, šíriacu sa v smere x s rýchlosťou v, periódou T a amplitúdou u_0. K tejto vlne nájdite druhú vlnu, ktorá superpozíciou s prvou vlnou vytvorí stojaté vlnenie s uzlovým bodom v $x = 0$.
5. Pomocou akej veličiny zavádzame pojem prúdnice v hydromechanike? Aká veličina, závislá od lokálnej rýchlosti kvapaliny, tlaku a hustoty, je pre ideálnu kvapalinu pozdĺž prúdnice nemenná?
6. Z akých elementárnych dejov sa skladá Carnotov cyklus? Prečo nemôže cyklicky pracujúci termodynamický stroj premeniť 100% energie dodanej vo forme tepla na užitočnú prácu?

Otázka s odvodením (8 bodov):

Napíšte pohybovú rovnicu tlmeného harmonického oscilátora a nájdite jej riešenie pomocou hľadania riešenia v tvare $y(t) = \Re\{Ae^{i\omega t}\}$. ($\Re\{...\}$ znamená reálna časť z...)

Príklady:

1. (5b) Teleso hmotnosti m sa pohybuje účinkom sily $F = A(B - t)$, kde A a B sú konštanty. Naznačte časovú závislosť rýchlosti telesa. Za aký čas sa teleso zastaví, ak v čase $t = 0$ malo rýchlosť v_0? Akú dráhu l prejde teleso do zastavenia?
2. (6b) Ako súčasť laboratórneho cvičenia chce študent zmerať koeficienty trenia medzi telesom a doskou. Doska má dĺžku l a teleso je položené na jej jednom konci. Potom študent pomaly dvíha tento koniec a teleso sa začne kĺzať, keď teleso je vo výške h vzhľadom na koniec dosky. Pri tomto uhle sklonu skĺzne teleso na dolný okraj dosky za čas t. Určte: a) zrýchlenie telesa, b) koeficient statického trenia medzi telesom a doskou, c) koeficient kinetického trenia medzi telesom a doskou.
3. (5b) Na disk s polomerom R a s hmotnosťou m je vo vzdialenosti r od jeho stredu uchytená pružina s tuhosťou k (Na obrázku je situácia, keď je predĺženie pružiny nulové) a) Nájdite moment sily pôsobiaci na disk pri jeho pootočení o malý uhol ϕ, b) Nájdite periódu oscilácií otáčania disku pre malé hodnoty pootočenia.

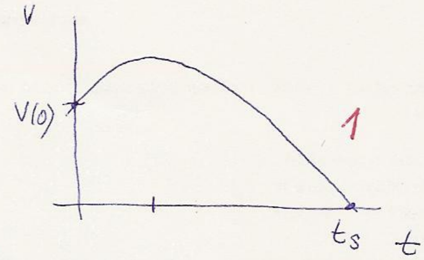


4. (6b) Plyn v pieste s počiatočným tlakom p_1 a s počiatočnou teplotou T zhodnou s teplotou prostredia expanduje tak, že jeho konečný tlak je p_3 a konečná teplota sa ustáli opäť na teplotu prostredia T. Predpokladajte, že expanzia pozostáva z adiabatického deja, pri ktorom sa ustáli tlak plynu na p_3, a následného izobarického deja, pri ktorom sa vyrovná jeho teplota na teplotu okolia T. (a) Naznačte do $p-V$ diagramu priebeh expanzie a graficky v ňom vyznačte prácu, ktorú plyn vykoná. (b) Nájdite vyjadrenie pre najnižšiu teplotu, ktorú plyn dosiahne na konci adiabatickej expanzie. (c) Nájdite vzťah pre teplo, ktoré jeden mol plynu odoberie počas celej expanzie z prostredia. Mólovú tepelnú kapacitu plynu pri konštantnom tlaku (C_p) považujte za známu.

Pr 1 5

$$m\frac{dv}{dt} = A(B-t) \quad 1$$

$$v(t) - v(0) = \int_0^t dt' \frac{A}{m}(B-t')$$



$$v(t) = v(0) + \frac{AB}{m}t - \frac{A}{m}\frac{t^2}{2} \quad 1$$

zastavi sa u t_s

$$0 = v_0 + \frac{AB}{m}t_s - \frac{A}{m}\frac{t_s^2}{2} \quad 1/2$$

$$t_s = \frac{-\frac{AB}{m} \pm \sqrt{\frac{A^2B^2}{m^2} + \frac{2A}{m}v_0}}{-A/m} = B \mp \sqrt{B^2 + \frac{2mv_0}{A}} \quad 1/2$$

$$l = \int_0^{t_s} v(t)\,dt = v_0 t_s + \frac{AB}{m}\frac{t_s^2}{2} - \frac{A}{m}\frac{t_s^3}{6} \quad 1/2 \quad 1/2$$

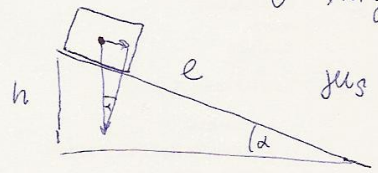
Pr 2

6

a) $l = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \cancel{t = \sqrt{\frac{2l}{a}}}$ 1/2

$$a = \frac{2l}{t^2} \quad 1/2$$

b) μ_s



$$0 = mg\sin\alpha - \mu_s mg\cos\alpha \quad 1 \quad 1/2$$

$$\mu_s = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{h}{\sqrt{l^2-h^2}} \quad 1$$

c)

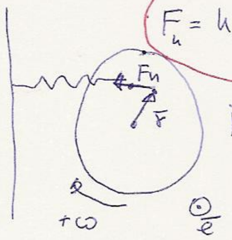
$$\cancel{m}a = \cancel{m}g\sin\alpha - \mu_k \cancel{m}g\cos\alpha \quad 1 \quad 1/2$$

$$\mu_k = \frac{g\sin\alpha - a/g}{\cos\alpha} = \frac{\frac{h}{l} - \frac{2l}{t^2g}}{\sqrt{l^2-h^2}/l} = \frac{h - 2l^2/(t^2g)}{\sqrt{l^2-h^2}} \quad 1$$

Pr 3 (5)

1/2

$F_k = k\cdot\Delta l = k\cdot r\varphi$



$\vec{M} = \vec{r}\times\vec{F_k} = M\vec{e}$ $\quad \vec{\omega} = \dot\varphi(-\vec{e})$

smery.... 1/2

a)

1/2

$M = r F_k \sin\frac{\pi}{2}$

$= k r^2 \varphi$ 1/2

$I\dot{\vec{\omega}} = \vec{M} \quad |\cdot(\vec{e})$

b) $I\ddot\varphi = -M$

$I\ddot\varphi = -k r^2\varphi$ 1/2 $\qquad I = \frac{1}{2} m R^2$ 1/2

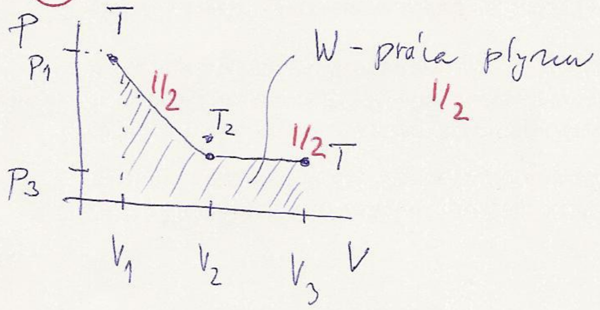
$\ddot\varphi = -\underbrace{\frac{k r^2}{\frac{1}{2} m R^2}}_{\Omega^2}\varphi$ 1

$\Longrightarrow$ z analógie s harm. osc.

$\Omega = \sqrt{\frac{2k r^2}{m R^2}}$

$T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}\cdot\frac{R}{r}$ 1

Pr 4 (6)



adiabatický dej:

$p_1 V_1^{\varkappa} = p_2 V_2^{\varkappa}$ 1/2, $\quad p_2 = p_3$

na 1 mol

$\varkappa = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_p}{C_p - R}$ 1/2

$V_2^{\varkappa} = \frac{p_1}{p_3} V_1^{\varkappa}$

$V_2 = V_1\cdot\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{1/\varkappa}$ 1/2

1/2 $\rightarrow$ $p_2 = p_3$

$p_2 V_2 = n R T_2$ 1/2

$T_2 = \frac{p_3 V_2}{n R} = \frac{p_3 V_1}{n R}\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{1/\varkappa} = \underbrace{\frac{p_1 V_1}{n R}}_{T}\cdot\frac{p_3}{p_1}\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{1/\varkappa}$

zbavenie sa ... 1/2

$T_2 = T\left(\frac{p_3}{p_1}\right)^{1-1/\varkappa}$ 1/2

len pre 2→3

$Q = \underbrace{C_p}_{nC_p,\ n=1}(T - T_2) = C_p T\left(1 - \left(\frac{p_3}{p_1}\right)^{1-1/\varkappa}\right)$, $\quad \varkappa = \frac{C_p}{C_p - R}$

1/2 $\qquad$ 1/2