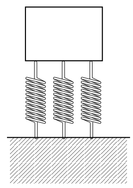
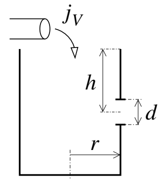
1. (3b) Kváder uchytený na troch identických harmonických pružinách kmitá s periódou T_0. (a) Aká bude perióda jeho kmitov, ak jednu z pružín odoberieme? (b) Aká bude perióda kmitov, ak vzhľadom k situácii v (a) zvýšime hmotnosť kvádra na dvojnásobok?



2. (3b) Máme dve gitarové struny rovnakej dĺžky, s pomerom hmotností $m_1/m_2 = 2/3$. Aký musí byť pomer síl F_1/F_2 ktorými sú napínané, ak pomer frekvencií ich základných tónov má byť $f_1/f_2 = 4/3$?

3. (4b) V hĺbke h pod okrajom zásobníka vody je stred bezpečnostného výtokového otvora v tvare obdĺžnika so šírkou l a výškou d. Podstava zásobníka má tvar kruhu s polomerom r. Aký je maximálny prítok vody j_V (v litroch za sekundu) v ustálenom stave, pri ktorom sa voda nebude prelievať cez okraj zásobníka, ale bude vytekať len cez bezpečnostný otvor? Predpokladajte, že výtoková rýchlosť je v celom priereze otvora je rovnaká ($d \ll h$).



Riešenia s bodmi sú na nasledovných stranách.

Pr 1

1 hvader na 3 prutinkach:

$$m\ddot{x} = -3kx \qquad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}} \quad 1b$$

$$\ddot{x} = -\underbrace{\frac{3k}{m}}_{\omega_0^2}x$$

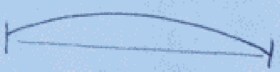
a) 1 hvader na 2 prutinkach

$$\omega_a^2 = \frac{2k}{m} \qquad T_a = \frac{2\pi}{\omega_a} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} = \sqrt{\frac{3}{2}}\,2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}} = \sqrt{\frac{3}{2}}\,T_0 \quad 1b$$

b) 2 hvadre na 2 prutinkach

$$\omega_b^2 = \frac{2k}{2m} \qquad T_b = \frac{2\pi}{\omega_b} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \sqrt{3}\,2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}} = \sqrt{3}\,T_0 \quad 1b$$

Pr 2



$\lambda = 2l$

$$f_1 = v_1/\lambda \qquad v_1 = \sqrt{\frac{F_1}{(m_1/l)}}$$

3/4 b

3/4 b

$$f_2 = v_2/\lambda \qquad v_2 = \sqrt{\frac{F_2}{(m_2/l)}}$$

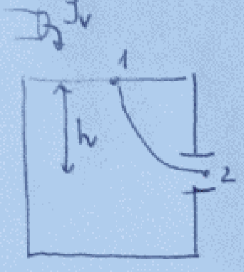
$$\frac{4}{3} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{F_1\, m_2}{F_2\, m_1}}$$

1b

$$\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 = \frac{F_1}{F_2}\frac{m_2}{m_1} \qquad \frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{m_2}\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2$$

$$= \frac{2}{3}\cdot\frac{16}{9} = \frac{32}{27} \quad 1/2\,b$$

Pr3



najväčšia výtoková rýchlosť je, keď je zásobník naplnený po okraj; 1/2 b

Kontinuita:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

1/2 b

$$\pi r^2 v_1 = d\,l\,v_2 \quad \rightarrow \quad v_1 = \frac{dl}{\pi r^2} v_2$$

Bernoulli:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + h\rho g + p_a = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_a \qquad 1\ b$$

$$2hg = v_2^2 - v_1^2 = v_2^2\left(1 - \left(\frac{dl}{\pi r^2}\right)^2\right)$$

$$v_2 = \frac{\sqrt{2hg}}{\sqrt{1 - \left(\frac{dl}{\pi r^2}\right)^2}} \qquad 1/2\ b$$

Ustálený stav: "prítok = výtok" 1/2 b

$$J_v^{max} = S_2 v_2 = dl\frac{\sqrt{2hg}}{\sqrt{1 - \left(\frac{dl}{\pi r^2}\right)^2}}$$

1/2 b   1/2 b